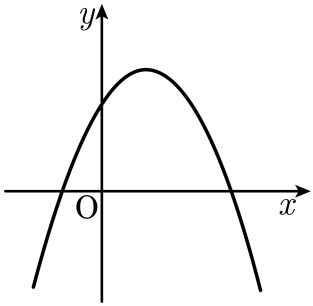
1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 1, 2, 3 사분면 ② 제 1, 3, 4 사분면

③ 제 1, 2, 4 사분면 ④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

해설

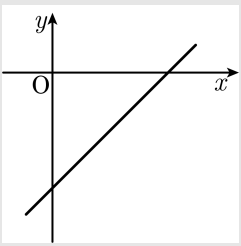
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$

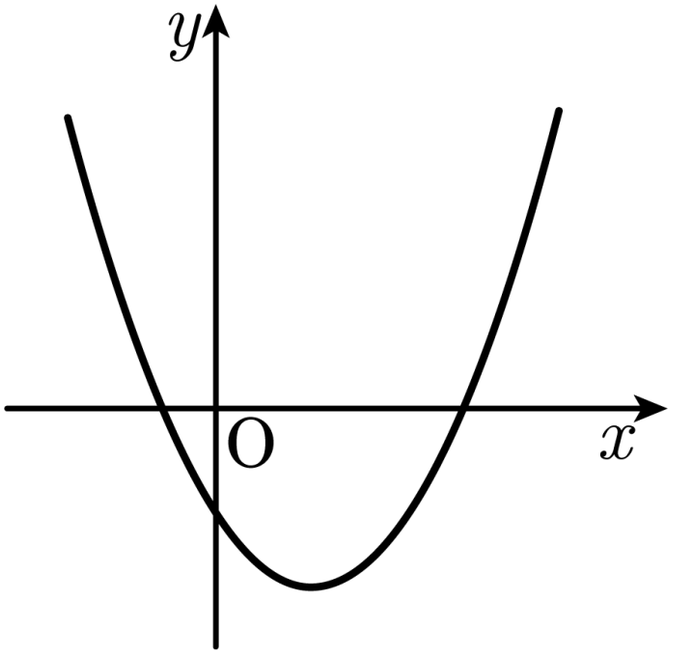
기울기 $-\dfrac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\dfrac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



∴ 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

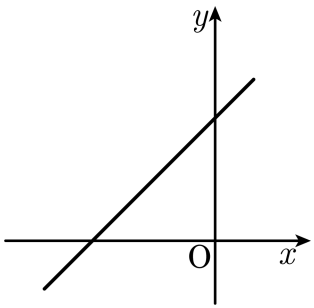
해설

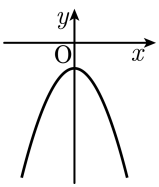
아래로 볼록하므로 $a > 0$

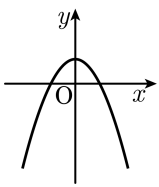
꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

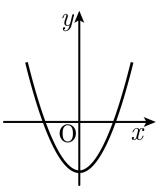
y 절편이 음수이므로 $c < 0$

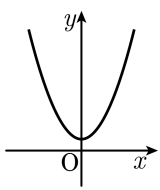
3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?

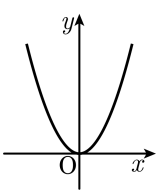


① 

② 

③ 

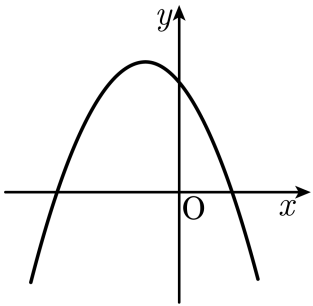
④ 

⑤ 

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

4. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < 0$

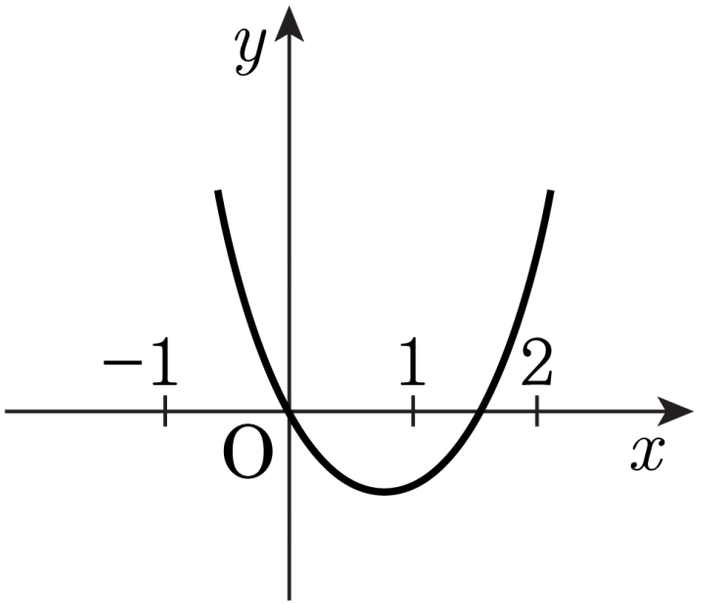
▷ 정답: $p > 0$

▷ 정답: $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0$, $p > 0$, $q > 0$ 이다.

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c = 0$

③ $a > 0, b < 0, c > 0$

④ $a > 0, b < 0, c = 0$

⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $c = 0$
아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 양수이므로 $b < 0$

6. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 점 $(-3, 9)$ 을 지난다.

② 아래로 볼록한 그래프이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ⑤이 답이다.

7. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1,\ k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = -3(-x-1)^2 + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 2$

점 $(-1,\ k)$ 를 대입하면

$-3(-1+1)^2 + 2 = k$

$\therefore k = 2$

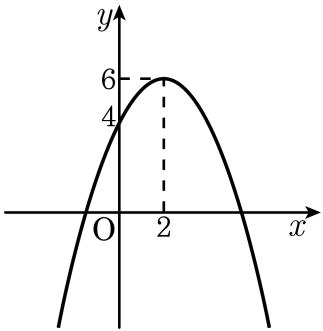
8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은
$y = -2(x+3)^2$ 이고 이 식을 전개하면
$y = -2x^2 - 12x - 18$
$a = -2,\ b = -12,\ c = -18$
$\therefore\ a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

9. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 6)$ 이므로

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 점 $(0, 4)$ 를 대입하면

$a(0-2)^2 + 6 = 4$, $4a + 6 = 4$, $a = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$

$\therefore\ a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = 4$

$\therefore\ 2a - b + c = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 + 4 = 1$

10. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

④ 아래로 볼록하다.

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x-2)^2 + 1$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

11. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

12. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$
③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$
④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

13. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$, $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4}$

$= 14 \div 2 + 9$

$= 7 + 9 = 16$

$y = 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225}$

$= 2 \times 16 - 15$

$= 32 - 15 = 17$

$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$

따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

14. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2 ② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ ③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

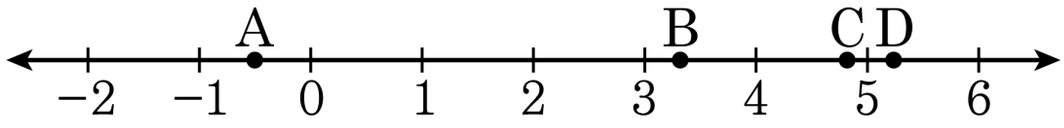
② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

15. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$이다. 점 A에 대응하는 수를 a, 점 B에 대응하는 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?



① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$

② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$

③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$

④ $5-\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}-2=\sqrt{48}-2 \fallingdotseq 4.\times\times\times$: C

$2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-5 \fallingdotseq -0.\times\times\times$: A

$10-3\sqrt{5}=10-\sqrt{45} \fallingdotseq 3.\times\times\times$: B

$\sqrt{27} \fallingdotseq 5.\times\times\times$: D

$a=2\sqrt{5}-5, b=10-3\sqrt{5}$

$\therefore a+b=\left(2\sqrt{5}-5\right)+\left(10-3\sqrt{5}\right)=5-\sqrt{5}$

16. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414 ② −1.732 ③ 1.732

④ −2.449 ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

17. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

① 5.93 ② 7.56 ③ 7.50 ④ 7.40 ⑤ 6.19

해설

$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$

18. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2]=1$, $[\sqrt{5}]=2$ 이다. 이차방정식 $x^2-4x-7=0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a-[a]+3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2-4x-7=0$ 에서

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+28}}{2}=2\pm\sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a는 $2+\sqrt{11}$

$3<\sqrt{11}<4$ 이므로 $5<2+\sqrt{11}<6$

$\therefore\ [a]=5$

$\therefore\ (a-[a]+3)^2=(2+\sqrt{11}-5+3)^2$

$=(\sqrt{11})^2=11$

19. 이차방정식 $\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4}=(1-a-b)^2-2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$$

$$(a+b)^2+2(a+b)+1 \leq 0$$

$$\therefore\ (a+b+1)^2 \leq 0$$

$a,\ b$ 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$$\therefore\ a+b+2=1$$

20. 두 이차방정식 $x^2-12x+a=0$, $(x-b)^2=0$의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2-12x+a=0$은 중근을 가지고, $(x-b)^2=0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a=36,\ b=6$ 이므로

$a+b=42$ 이다.

21. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\dfrac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5)$ $\therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\dfrac{a+b}{q} = \dfrac{(-1)+5}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ 이다.

22. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

23. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
x 절편을 α, β $(\alpha > \beta)$ 라고 하면
$\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a - 1$ 이다.
$\alpha - \beta = 2$ 이므로
$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
$4 = a^2 - 4a + 4$
$a^2 - 4a = 0$
$a(a - 4) = 0$

$\therefore$ $a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4 이다.

24. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$ ② $\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

25. $\sqrt{6} < \sqrt{3x} < \sqrt{510}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{510}$ 사이의 자연수 :
$\sqrt{3^2}$, $\sqrt{4^2}$, $\sqrt{5^2}$, $\sqrt{6^2}$, $\cdots$, $\sqrt{20^2}$, $\sqrt{21^2}$, $\sqrt{22^2}$
이 중에서 3 의 배수는
$\sqrt{3^2}$, $\sqrt{6^2}$, $\sqrt{9^2}$, $\sqrt{12^2}$, $\sqrt{15^2}$, $\sqrt{18^2}$, $\sqrt{21^2}$
$\therefore$ 7 개

26. x^3+3x^2+3x+5 를 $(x+2)$ 로 나누면 몫이 $f(x)$ 이고 나머지가 3 일 때, $f(x)$ 의 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

x^3+3x^2+3x+5 를 $x+2$ 로 나눈 몫을 x^2+ax+b 라 하고 식을 세우면

x^3+3x^2+3x+5

$=(x+2)(x^2+ax+b)+3$

$=x^3+(a+2)x^2+(2a+b)x+2b+3$

계수를 비교해보면

$a+2=3,\ a=1$

$2a+b=3,\ b=1$

따라서 $f(x)=x^2+x+1$ 이므로 계수들의 합은 3 이다.

27. $x^2-5x+y^2-5y+2xy=6$을 만족하는 양의 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5개

해설

$x^2-5x+y^2-5y+2xy=6$

$x^2+2xy+y^2-5x-5y-6=0$

$(x+y)^2-5(x+y)-6=0$

$x+y=A$로 치환하면

$A^2-5A-6=0$

$(A+1)(A-6)=0$

$A=-1$ 또는 $A=6$

즉, $x+y=-1$ 또는 $x+y=6$

그런데 x, y는 양의 정수이므로

$x+y=6$을 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$는

$(1,\ 5)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 1)$ 의 5개이다.

28. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

㉠ $4(x+1)=m+3$	㉡ $4x^2+4x-11=0$

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

㉡ $4x^2+4x-11=0$

$x^2+x-\frac{11}{4}=0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=3$

$\therefore\ x=\frac{-1\pm2\sqrt{3}}{2}$

㉠ $4(x+1)=m+3$ $\quad\therefore\ x=\frac{m-1}{4}$

$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2}<\frac{m-1}{4}<\frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$

$-2-4\sqrt{3}<m-1<-2+4\sqrt{3}$

$-1-4\sqrt{3}<m<-1+4\sqrt{3}$

정수 m 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5 이다.

$\therefore\ -7+5=-2$

29. 지난달 정가로 판매한 어떤 물건이 정가의 $x\%$ 의 만큼 이익이 발생했다. 이번 달에는 동일한 물건을 원가에 $x\%$ 의 이익을 붙여서 판매하였다. 지난달 정가가 이번달 정가보다 지난달 정가의 $\frac{1}{25}$ 만큼 높다고 할 때, x 의 값을 구하여라. (단, 지난달과 이번달의 원가는 변함이 없다.)

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

지나달 정가를 P_1, 이번달 정가를 P_2 로 놓고 원가를 A 로 놓으면 지난달에 정가 (P_1) 의 $x\%$ 만큼 이익이 발생하였으므로 원가 $A = P_1\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ 원이다.

이번달에는 원가에 $x\%$ 를 이익을 붙여 판매하였으므로 이번달의 정가 (P_2) 는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 이다.

이때 $A = P_1\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ 이므로

$P_2 = P_1\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 이다.

지난달 정가가 이번달 정가보다 지난달 정가의 $\frac{1}{25}$ 만큼 높으므로

$P_1 = P_2 + \frac{1}{25}P_1$

$P_2 = P_1 - \frac{1}{25}P_1$

$P_1\left(1 - \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{x}{100}\right) = P_1 - \frac{1}{25}P_1$

$P_1\left(1 - \frac{x^2}{10000}\right) = \frac{24}{25}P_1$

$1 - \frac{x^2}{10000} = \frac{24}{25}$

$\therefore\ x = \pm 20$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 20$ 이다.

30. 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 높이가 $h$cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 줄였더니 원기둥의 부피가 처음보다 64% 감소했을 때, 줄인 반지름의 길이는?

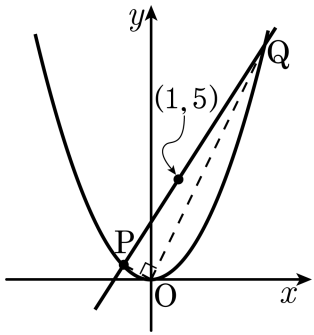
① 2.5cm ② 2.6cm ③ 2.7cm

④ 2.8cm ⑤ 2.9cm

해설

반지름의 줄인 길이를 x cm 라 하면
원래 원기둥의 부피는 $7^2\pi h$ cm
나중 원기둥의 부피는 $(7-x)^2\pi h$ cm
부피가 64% 감소했으므로
$(7-x)^2\pi h = 0.36 \times 7^2\pi h$
$(7-x)^2 = (0.6 \times 7)^2$
$x > 0$ 이므로 $7 - x = 4.2$
$\therefore x = 2.8(\text{ cm})$

31. 다음 그림과 같이 점 $(1,\ 5)$를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90°$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



① $y = x + 4$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 3x + 2$

④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a라 하면 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$

$\therefore y = ax - a + 5$

$y = x^2$, $y = ax - a + 5$의 교점의 x좌표를 α, β라 할 때,

α, β는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots\cdots$ ㉠의 근이다.

점 $P(\alpha,\ \alpha^2)$, $Q(\beta,\ \beta^2)$이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각 $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$이고,

$\overline{PO} \perp \overline{QO}$이므로 $\alpha\beta = -1 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\because$ 근과 계수관계)

$\therefore a = 4$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

32. 점 $(2,\ 10)$을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -8)$인 이차함수의 그래프가 있다. 이 포물선과 직선 $y=-3$에 대하여 대칭인 포물선의 그래프의 x 절편의 x 좌표값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -8)$인 이차함수의 방정식은
$y=a(x+1)^2-8$이고 점 $(2,\ 10)$을 지나므로
$10=a(2+1)^2-8$
$\therefore\ a=2$
따라서 이차함수의 그래프는 $y=2(x+1)^2-8$
이 포물선과 직선 $y=-3$에 대하여 대칭인 포물선의 그래프는
꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 2)$ 이므로
$y=-2(x+1)^2+2$
이 그래프의 x 절편은 $y=0$일 때의 x의 값이므로
$-2x^2-4x=0$
$\therefore\ x=0,\ -2$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=4$

33. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 8

▷ 정답: 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B 라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

$x = \pm\sqrt{2q}$

따라서 x 축과의 교점은 A$(-\sqrt{2q},\ 0)$, B$(\sqrt{2q},\ 0)$

즉, $\overline{AB} = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면 된다.

$\therefore\ q = 2,\ 8,\ 18$