

1. 8과 a 가 서로소일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 12

해설

8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.
따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

2. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 5×7^2

③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$

⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수 : $3^2 \times 5^2$

4. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 $a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.
 $\therefore a + b + c = 12$

5. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조 ② 6조 ③ 5조 ④ 4조 ⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.
따라서 6 조까지 만들어진다.

6. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 \therefore A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴) 이다.

7. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}$, $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수인 6이다.

8. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

10. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

- ㉠ 16, 10, 12
- ㉡ 8, 6, 12
- ㉢ 4, 16, 32

- ① 40, 18, 16
- ② 240, 48, 56
- ③ 4, 52, 12
- ④ 240, 24, 32
- ⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2) 16 \ 10 \ 12 \\ \hline 2) 8 \ 5 \ 6 \\ \hline 4 \ 5 \ 3 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2) 8 \ 6 \ 12 \\ \hline 2) 4 \ 3 \ 6 \\ \hline 3) 2 \ 3 \ 3 \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

$$\begin{array}{r} 4) 4 \ 16 \ 32 \\ \hline 4) 1 \ 4 \ 8 \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \end{array}$$

최소공배수는 $4 \times 4 \times 2 = 32$ 이다.

11. 다음 중 두 수 $2^2 \times 5^3 \times 11$, $2 \times 5^2 \times 11^2$ 의 공배수가 아닌 것은?

- ① $2^2 \times 5^3 \times 11^2$ ② $2^2 \times 5^4 \times 11^3$
③ $2^2 \times 5^3 \times 7 \times 11^2$ ④ $2^3 \times 5^2 \times 11^2$
⑤ $2^3 \times 5^3 \times 11^4$

해설

최소공배수가 $2^2 \times 5^3 \times 11^2$ 이므로 5의 지수가 최소공배수보다 작은 $2^3 \times 5^2 \times 11^2$ 는 공배수가 될 수 없다.

12. $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

13. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 때, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

- ① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초
④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.
따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.

15. 세 수 $\frac{16}{75}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연 수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를

$\frac{b}{a}$ 라 하면

a 는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

b 는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$$

16. 다음 중 옳은 것은?

- ① 6 과 21 은 서로소이다.
- ② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설

- ① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
- ② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

17. 두 수 $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 60 의 공약수들의 합은?

- ① 28 ② 35 ③ 48 ④ 51 ⑤ 64

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ 과 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 따라서 두 수의 공약수는 $2^2 \times 3$ 의 약수이다.
주어진 두 수의 공약수의 합은 $1+2+3+2^2+2 \times 3+2^2 \times 3 = 28$

18. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad 3 \quad 5 \quad 9 \\ \quad 1 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

19. 가로 길이, 세로 길이, 높이 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

- ① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

20. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

21. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

- ① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

22. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7)$ 의 약수는 (2^2) 의 약수 \times (3) 의 약수 \times (7) 의 약수이다.

23. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$ ③ $5^2 \times 11 \times 19$
④ $3^5 \times 5^2$ ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8 + 1 = 9$ (개)
② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)
⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

24. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 \square 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

25. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로
 $a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$
 $\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$