

1. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

2. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

3. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$,
 $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} \\ &= 14 \div 2 + 9 \\ &= 7 + 9 = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} \\ &= 2 \times 16 - 15 \\ &= 32 - 15 = 17 \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$$

따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

4. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x+3 < 2(x+1) \text{ , } x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1 - x \\ &= -x - 1 + 1 - x \\ &= -2x\end{aligned}$$

5. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
 - ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
 - ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
 - ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
 - ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

6. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a=49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b=29$ 이다.

따라서 $10a+b=490+29=519$ 이다.

7. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^3

③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

8. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$, $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

$$= (\sqrt{13}-\sqrt{7}) - (\sqrt{11}-2\sqrt{3}) - (2\sqrt{3}-\sqrt{11}) + (\sqrt{7}-\sqrt{13})$$

$$= 0$$

9. 부등식 $2\sqrt{2} < \sqrt{x} \leq \sqrt{11}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 11

해설

$2\sqrt{2} = \sqrt{8} < \sqrt{x} \leq \sqrt{11}$ 이므로 $8 < x \leq 11$ 인 자연수는 $x = 9, 10, 11$ 이다.

10. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

11. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.
ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.
ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.
ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ **없다**

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$
ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

12. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
- ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
- ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
- ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
- ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
- ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

13. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\tiny \Gamma} \quad b - a > 0$
- $\textcircled{\tiny \text{L}} \quad a - b < 0$
- $\textcircled{\tiny \ominus} \quad ab < 0$
- $\textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 < 0$
- $\textcircled{\tiny \omin�} \quad b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}$
- $\textcircled{2} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}$
- $\textcircled{3} \quad \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{4} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{5} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}, \textcircled{\tiny \omin�}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\tiny \Gamma} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\tiny \text{L}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \ominus} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \omin�} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

14. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

15. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

16. $\sqrt{\frac{60}{432}}$ 을 $\frac{\sqrt{b}}{a}$ 의 꼴로 나타낼 때, 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하여라.
(단, 근호 안의 수는 가장 작은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{60}{432}} &= \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times 5}{2^4 \times 3^3}} = \sqrt{\frac{5}{2^2 \times 3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{6} \\ \therefore a &= 6, b = 5 \\ \therefore a+b &= 6+5=11\end{aligned}$$

17. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

- ① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

18. 다음 식을 간단히 하였을 때, 계산 결과가 다른 하나는?

① $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{3} + \sqrt{5}$

③ $\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

해설

①, ②, ③, ④ $-\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

19. $\sqrt{45} + \sqrt{80} - k\sqrt{5} = 0$ 일 때, 유리수 k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - k\sqrt{5} = 0$$

$$7\sqrt{5} = k\sqrt{5}$$

$$\therefore k = 7$$

20. $a = \sqrt{32} - \frac{12}{\sqrt{8}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{6}}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b} = 6$

해설

$$a = 4\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3}\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{6\sqrt{2}}{18} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} = 6$$

21. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

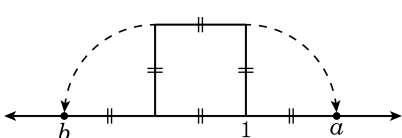
이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

22. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?

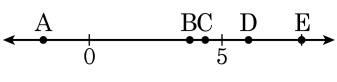


- ① $\sqrt{2}-2$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2-\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$
 $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - 2\sqrt{2}$
 $\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$
 $= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$

23. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

- ① $A = p, B = q, C = r$

② $A = q, B = p, C = r$

③ $A = q, B = p, D = r$

④ $B = p, C = q, D = r$

⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
 $\therefore r > p > q$
ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
 $r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
따라서 r 은 C , p 는 B 에 위치한다.

24. $5\sqrt{11!}$ 의 정수 부분의 자릿수를 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 5자리

해설

$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 11 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 = (720)^2 \times 7 \times 11$
 $\therefore 5\sqrt{11!} = 3600\sqrt{77}$
그런데 $8 < \sqrt{77} < 9$ 이므로 $28800 < 3600\sqrt{77} < 32400$ 이다.
따라서 정수 부분의 자릿수는 5 자리이다.

25. 넓이가 7π 인 원을 지면에 수직으로 세워서 네 바퀴 돌렸을 때, 지면과 접하고 있던 원 위의 한 점 A가 다시 지면과 접하고 있었다. 이때 점 A는 원래의 위치에서 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{7}\pi$

해설

넓이가 7π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\pi r^2 = 7\pi \therefore r = \sqrt{7}$
이때, 원을 네 바퀴 굴렀으므로
(원 위의 한 점 A가 원래의 위치로부터 떨어진 거리)
 $= (\text{원의 둘레의 길이}) \times 4$
 $= 2\pi \times \sqrt{7} \times 4$
 $= 8\sqrt{7}\pi$