

1. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$y = 2^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 18 + 1, m = 19$ 이다.

2. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $y = -3(x + 2)^2 = -3x^2 - 12x - 12$
 $\therefore a = -3, b = -12, c = -12$
 $\therefore a + b + c = -27$

3. 이차함수 $y = ax^2 + 3$ 의 그래프는 이차함수 $y = 2(x + b)^2 - c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

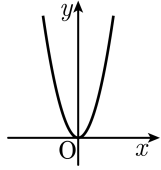
이차함수 $y = 2(x + b)^2 - c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x + b + 2)^2 - c + 3$ 이다.

$ax^2 + 3 = 2(x + b + 2)^2 - c + 3$ 이므로 $a = 2, b + 2 = 0, -c + 3 = 3$ 이다.

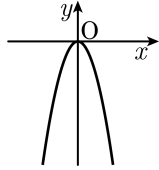
따라서 $a = 2, b = -2, c = 0$ 이므로 $a + b + c = 2 - 2 + 0 = 0$

4. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동한 그래프는?

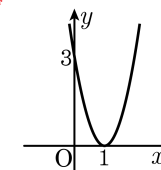
①



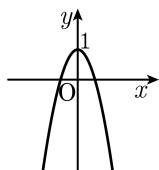
②



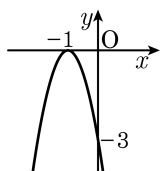
③



④



⑤



해설

x 축의 방향으로 +1 만큼 평행이동한 그래프는
 $y = 3(x - 1)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다.
 따라서 그래프는 ③이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -5

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x + 1)^2 - 4$ 를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$$\begin{aligned}y &= 2(x + 1 + 3)^2 - 4 \\&= 2(x + 4)^2 - 4 \\&= 2x^2 + 16x + 28\end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$2a^2 + 16a + 28 = -2$$

$$a^2 + 8a + 15 = 0$$

$$(a + 3)(a + 5) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

6. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$
- ㉡ $y = 2x^2 - x$
- ㉢ $y = -(2 + x)(2 - x) + 3$
- ㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$
- ㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1 + x^2)$
- ㉥ $y = -(1 - x)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ 2 ㉢ 1 ㉣ 1 ㉤ 1 ㉥ 1

따라서 폭이 같은 것은 ㉢,㉣,㉤,㉥이다.

7. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

8. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

9. ‘이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프는 () 의 그래프를 () 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -3)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.’ 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.
- ① $y = -2x^2$, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동
 - ② $y = -2x^2$, y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동
 - ③ $y = -x^2$, x 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동
 - ④ $y = 2x^2$, y 축에 대하여 대칭이동
 - ⑤ $y = -2x^2$, x 축에 대하여 대칭이동

해설

이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프는 $(y = -2x^2)$ 의 그래프를 (y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -3)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

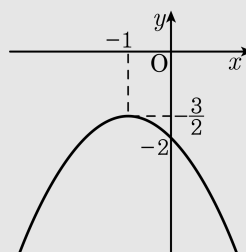
10. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



11. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은
 $-y = a(-x+2)^2$
 $(-2, 4)$ 를 대입하면
 $-4 = 16a$
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$

12. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2x^2 + 3x + 1$

② $y = 2x^2 - 3x + 1$

③ $y = 2x^2 + 3x + 1$

④ $y = 2x^2 - 3x - 1$

⑤ $y = -2x^2 + 3x - 1$

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 1 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$$

위의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 식은 꼭짓점의 x 좌표의 부호가 반대인 식이다.

$$\therefore y = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} = 2x^2 + 3x + 1$$

14. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

㉠ $x > 1$

㉡ $x < 1$

㉢ $x > 0$

㉣ $x > -1$

㉤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

15. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

16. 이차함수 $y = -3x^2 + x - 3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 2, 3 사분면

③ 제 2, 3 사분면

④ 제 1, 3, 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

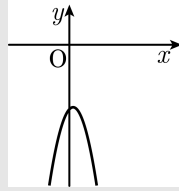
해설

$$y = -3x^2 + x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) - 3$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{35}{12}$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.

그러 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



17. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

19. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

20. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.