

1. 다항식 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 3$ 을 만족시킨다. $f(x^2 - 1)$ 을 구한 것은?

- ① $x^4 + 5x^2 + 1$ ② $x^4 + x^2 - 3$ ③ $x^4 - 5x^2 + 1$
④ $x^4 + x^2 + 3$ ⑤ 답 없음

해설

$$x^2 + 1 = t \text{라 하면 } x^2 = t - 1$$

주어진 식에 대입하면

$$f(t) = (t - 1)^2 + 5(t - 1) + 3$$

$$\therefore f(t) = t^2 + 3t - 1$$

$$\begin{aligned} f(x^2 - 1) &= (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 3 \end{aligned}$$

2. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로
 $P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$
 $= \vdots$
 $= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$
 $= 2^{32} - 1$

3. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a + b)^n + (a - b)^n\}^2 - \{(a + b)^n - (a - b)^n\}^2$ 의 값은?

- ① 2^n ② 2^{n+1} ③ 2^{n+2} ④ 2^{n+3} ⑤ 2^{n+4}

해설

$$\begin{aligned} (a + b)^n &= A, \quad (a - b)^n = B \\ (\text{준식}) &= (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2) \\ &= 4AB \\ &= 4 \{(a + b)(a - b)\}^n \\ &= 4 \times 2^n \\ &= 2^{n+2} \end{aligned}$$

4. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

- ① $2^{32} - 1$ ② $2^{32} + 1$ ③ $2^{31} - 1$
④ $2^{31} + 1$ ⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$\begin{aligned} P &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= \vdots \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1) \\ &= 2^{32} - 1 \end{aligned}$$