

1. 다음 x, y 의 다항식 P, Q 에 대해 $P + Q$ 를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$P = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$Q = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$$P + Q = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2$, $B = 4x^2 - 5xy + y^2$, $C = -x^2 + 4y^2$ 일 때,
 $2A - \{B - (2C - 3A)\}$ 를 간단히 하면?

① $8x^2 + 30xy - 24y^2$

② $8x^2 - 30xy - 24y^2$

③ $-8x^2 + 30xy - 24y^2$

④ $-8x^2 + 10y^2$

⑤ $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned} 2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\ &= -A - B + 2C \\ &= -8x^2 + 10y^2 \end{aligned}$$

3. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 1 & -8 & -12 \\ & & 3 & 12 & 12 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ & & -2 & -4 & \\ \hline -2 & 1 & 2 & 0 & \\ & & -2 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \square = (x+2)^2$$

4. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

- ① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 2 \quad \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 7$$

6. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = -1, c = 2$ ② $a = -1, b = 1, c = -2$
③ $a = 1, b = 1, c = 2$ ④ $a = -1, b = -1, c = -2$
⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

7. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$$

$$\therefore a = 45$$

8. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

9. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

10. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

11. $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

주어진 식을 완전제곱으로 고치면
 $f(x) = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x-1)^2 + 1$
따라서 함수 $f(x)$ 는 점(1, 1) 을 꼭지점으로 하는
아래로 볼록한 포물선이다.
그러므로 $-1 \leq x \leq 4$ 의 범위에서
최솟값은 $x = 1$ 일 때 1 이고,
최댓값은 $x = 4$ 일 때, 10 이다.
따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $10 + 1 = 11$

12. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

13. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

14. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겹넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로

가로를 a , 세로를 b , 높이를 c 라고 했을 때

$$(a^2 + b^2) + c^2 = 28^2$$

모든 모서리의 길이의 합이 176 이므로

$$a + b + c = 44$$

따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겹넓이를 구할 수 있다.

15. $3x^3 - 5x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이 x 에 대한
 항등식일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① -16 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}
 a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d &= (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d \\
 &= (x-1)(x-1)[a(x-1) + b] + c + d \text{ 이므로} \\
 \text{조립제법을 쓰면} \\
 \begin{array}{r|rrrr}
 1 & 3 & 0 & -5 & 2 \\
 & & 3 & 3 & -2 \\
 \hline
 1 & 3 & 3 & -2 & 0 \leftarrow d \\
 & & 3 & 6 & \\
 \hline
 1 & 3 & 6 & 4 & \leftarrow c \\
 & & 3 & & \\
 \hline
 & 3 & 9 & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & \\
 & a & &
 \end{array} \\
 a+b+c+d = 3+9+4+0 = 16
 \end{aligned}$$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x=2$ 를
 대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.

16. 두 다항식 $A = x^2 - x - 2$, $B = x^2 - 5x + 6$ 에 대하여 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 두 다항식의 최대공약수는 $x - 1$ 이다.
- ② 두 다항식의 최소공배수는 $x^3 - 4x^2 - 3x + 6$ 이다.
- ③ 두 다항식의 합은 최대공약수와 같다.
- ④ 두 다항식의 차는 최소공배수와 같다.
- ⑤ 두 다항식의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

해설

$$A = (x - 2)(x + 1), \quad B = (x - 2)(x - 3)$$

$$\text{최대공약수} : x - 2$$

$$\text{최소공배수} : (x - 2)(x + 1)(x - 3)$$

$$\therefore (\text{두 다항식의 곱}) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수}) = (x - 2)^2(x + 1)(x - 3)$$

17. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 8$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 이다. 두 다항식의 상수항을 a, b 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -8 ② -3 ③ 0 ④ 6 ⑤ 12

해설

두 다항식의 합에도 최대공약수가 들어 있으므로

$$2x^2 - 8 = 2(x-2)(x+2)$$

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-3)(x+2)$$

따라서 두 다항식의 최소공배수는 $x+2$ 이고 두 다항식의 차수가

같으므로 두 다항식은 이차식이다.

$$(x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$$

$$(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$$

$$\therefore ab = (-2) \times (-6) = 12$$

18. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{101}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) - f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① $-i$ ② $-2i$ ③ $-3i$ ④ i ⑤ $2i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+i^2+2i}{1-i^2} = i \\ \frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+i^2-2i}{1-i^2} = -i \\ f(i) - f(-i) &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{101} - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{101} \\ &= (-i)^{101} - (i)^{101} \\ &= -2i^{101} \\ &= -2i(\because i^4 = 1)\end{aligned}$$

19. 두 복소수 $\alpha = a - 2i$, $\beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$ 를 만족하는 실수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -6$

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \bar{\beta} &= 3 - 2i \\ (a - 2i) + (5 - bi) &= 3 + 2i \\ (a + 5) - (2 + b)i &= 3 + 2i \\ \therefore a = -2, b &= -4 \\ \therefore a + b &= -6\end{aligned}$$

20. $\sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 하면?

① $1 + 4i$

② $2 + 4i$

③ $-2 + 4i$

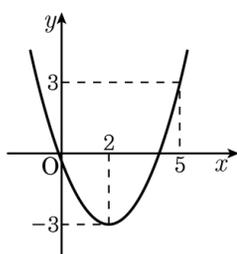
④ $-2 + i$

⑤ $-2 - 4i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2i} \cdot \sqrt{2i} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3i}} + 2 \cdot 2i + \frac{\sqrt{5}i}{\sqrt{5}} = -2 - i + 4i + i = -2 + 4i \end{aligned}$$

21. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

꼭짓점 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$
 $y = a(x-2)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(5, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 9a - 3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}(x-2)^2 - 3$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}, p = 2, q = -3$$

$$\therefore apq = \frac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$$

23. 복소수 $a \pm bi$ ($b \neq 0, i = \sqrt{-1}$)가 삼차방정식 $x^3 + px + q = 0$ 의 허근일 때, 다음 중 p 를 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은? (단, a, b, p, q 는 실수)

① $a^2 + b^2$

② $a^2 - 2b^2$

③ $b^2 - a^2$

④ $b^2 - 2a^2$

⑤ $b^2 - 3a^2$

해설

$x^3 + px + q = 0$ 의 세 근을 $a + bi, a - bi, \alpha$ 라 하자. 근과 계수와의 관계에 의하여

$(a + bi) + (a - bi) + \alpha = 0 \dots\dots\text{㉠}$

$(a + bi)(a - bi) + \alpha(a + bi) + \alpha(a - bi) = p \dots\dots\text{㉡}$

$\alpha(a + bi)(a - bi) = -q \dots\dots\text{㉢}$

㉠에서 $\alpha = -2a$

㉡에서 대입해 정리하면 $p = b^2 - 3a^2$

24. 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$ 을 동시에 만족하는 해의 개수는?

- ① 없다. ② 1쌍 ③ 2쌍 ④ 3쌍 ⑤ 4쌍

해설

연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \dots\text{㉠} \\ x^2-y^2=0 & \dots\text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = \pm(x-1) \dots\text{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$x^2 - (x-1)^2 = 0,$$

$$2x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\text{㉢에서 } y = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

\therefore 연립방정식의 해는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 의 2쌍이다.

25. 두 식 $2x + y = 10$, $y < x < 3y$ 을 동시에 만족시키는 정수 x , y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x + y = 10$ 에서 $y = 10 - 2x$ 이므로

$10 - 2x < x < 3(10 - 2x)$

$$\therefore \frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$$

x 는 정수이므로 $x = 4$

따라서 $y = 2$

$$\therefore x - y = 2$$