1. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) +
 $1 = 3$ 이 되어야 한다.
그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

3. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

4. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.

5. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

6. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$$

$$a+1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

7. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5 를 곱해야 한다.

8. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 5$ ③ $2 \times 3^3 \times 5$
④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.
 $2^2 \times 3 \times 5$ 은 2를 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

9. 가로 길이가 6 cm, 세로 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ 2 \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

11. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

- ① 오전 9 시
- ② 오전 10 시 40 분
- ③ 오후 1 시 10 분
- ④ 오후 2 시
- ⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

12. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

- ① 18cm, 35 개 ② 24cm, 35 개 ③ 18cm, 40 개
④ 24cm, 40 개 ⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,
 $120 = x \times \square$, $168 = x \times \triangle$
 x 는 120 과 168 의 최대공약수
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $\therefore x = 2^3 \times 3 = 24$ (cm)
 $120 = 24 \times 5$, $168 = 24 \times 7$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore 5 \times 7 = 35$ (개)

13. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

14. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16의 배수 중 100보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 6개이다.

15. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 6 \times x = 2^3 \times 3 \times x \\ \hline \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \text{①} \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

16. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a+b-c = 5$ 이다.

17. 108과 144의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이다.
 $\therefore$ 최대공약수의 약수 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$

18. 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12와 최대공약수가 1인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13의 5개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수는 모두 5개이다.

19. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2) \overline{48}$$

$$2) \overline{24}$$

$$2) \overline{12}$$

$$2) \overline{6}$$

$$3$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

20. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

21. 두 자연수의 곱이 540 이고 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $540 = 60 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 9$

22. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

24. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

26. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때, a 의 값은?

$$11 \times a, 7 \times a, 5 \times a$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{array}{l} a) \underline{11 \times a} \quad \underline{7 \times a} \quad \underline{5 \times a} \\ \quad 11 \quad 7 \quad 3 \\ a \times 11 \times 7 \times 5 = 1155 \\ \therefore a = 3 \end{array}$$