

1. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는

$(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) + 1 = 3이 되어야 한다.

그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

2. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개) 이다.

3. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

4. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60

② 63

③ 120

④ 123

⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3

4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로

$60 + 3 = 63$ 이다.

5. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

6. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 1)(4 + 1)(5 + 1) = 120$$

$$a + 1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

7. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

8. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

9. 가로 길이 6 cm, 세로 길이 8 cm, 높이 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ 2 \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

10. 가로, 세로, 높이가 각각 12 cm, 8 cm, 6 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌은 몇 장인지 구하여라.

▶ 답: 장

▷ 정답: 24장

해설

정육면체의 한 변의 길이는 12, 8, 6 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 12, 8, 6 의 최소공배수이어야 한다.

따라서 정육면체의 한 변의 길이는 24cm 이고 가로는 $24 \div 12 = 2$ (장), 세로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 높이는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로 구하는 벽돌의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ (장) 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 8 \quad 6} \\ 2 \overline{) 6 \quad 4 \quad 3} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

11. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시

② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분

④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.

즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

12. 가로와 세로의 길이가 120cm, 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

① 18cm, 35 개

② 24cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 24cm, 40 개

⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,

$$120 = x \times \square, 168 = x \times \triangle$$

x 는 120 과 168 의 최대공약수

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5, 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2^3 \times 3 = 24 \text{ (cm)}$$

$$120 = 24 \times 5, 168 = 24 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 7 = 35 \text{ (개)}$$

13. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 12 cm

③ 18 cm

④ 24 cm

⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

14. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16 의 배수 중 100 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 100 보다 작은 자연수의 개수는 6 개이다.

15. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$6 \times x = 2 \times 3 \times x$$

$$6 \times x = 2^3 \times 3 \times x$$

$$\text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \textcircled{1}$$

$$24 \times x = 216$$

$$x = 216 \div 24 = 9$$

16. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때,
 $a + b - c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,

$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,

$13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.

따라서 $a + b - c = 5$ 이다.

17. 108과 144의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이다.

$\therefore$ 최대공약수의 약수 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$

18. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

19. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

20. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

21. 두 자연수의 곱이 540 이고 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$540 = 60 \times G$ 이다.

$\therefore G = 9$

22. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

23. 사과 58 개와 귤 104 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 6 개가 부족하다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

학생 수는 $58 + 2 = 60$, $104 + 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

24. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

25. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 12명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수
이므로

$$24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 에서}$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12 \text{ 명}$$

26. 다음 세 자연수의 최소공배수가 1155 일 때, a 의 값은?

$$11 \times a, 7 \times a, 5 \times a$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{array}{r} a \overline{) 11 \times a \quad 7 \times a \quad 5 \times a} \\ 11 \quad 7 \quad 3 \end{array}$$

$$a \times 11 \times 7 \times 5 = 1155$$

$$\therefore a = 3$$