1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
④ x 에 관한 4차식이다.
⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설
④ x 에 관한 2차식이다.

2. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$
② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$
③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$
④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$
⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설
① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

3. 등식 $3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$이 x에 대한 항등식이 될 때, $a-b+c$의 값은?

① 6　② 5　③ 3　④ 1　⑤ 0

해설

우변을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$ax^2-(2a-b)x+a-b+c=3x^2+2x+1$
계수를 비교하면
$a=3,\ 2a-b=-2,\ a-b+c=1$
$a=3,\ b=8,\ c=6$
$a-b+c=3-8+6=1$

해설

양변에 $x=0$을 대입하면 $1=a-b+c$

4. 등식 $3x^2+5x=a(x-1)^2+b(x+1)+c$가 x에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$3x^2+5x=a(x-1)^2+b(x+1)+c$

$\quad\quad\quad\quad=ax^2+(-2a+b)x+a+b+c$

$a=3,\ -2a+b=5,\ a+b+c=0$

$\therefore\ a=3,\ b=11,\ c=-14$

$\therefore\ a+b-c=28$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x=0$을 대입하면

$0=a+b+c\cdots$ ㉠

양변에 $x=1$을 대입하면

$8=2b+c\cdots$ ㉡

양변에 $x=-1$을 대입하면

$-2=4a+c\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하면

$a=3,\ b=11,\ c=-14$

$\therefore\ a+b-c=28$

5. 다항식 x^3+5x^2-kx-k 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 3

해설

인수정리에 의해서 $x=1$ 을 대입하면
$1^3+5\times1^2-k\times1-k=0$
$\therefore\ k=3$

6. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-px+2가 $x-2$로 나누어떨어지도록 상수 p의 값을 정하면?

① 1　② -1　③ 2　④ -2　⑤ 3

해설

$x^3-2x^2-px+2=f(x)$로 놓으면 $f(x)$가 $x-2$로 나누어떨어지려면

$f(2)=0$ 이므로,

$f(2)=8-8-2p+2=0$

$\therefore p=1$

7. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i,\quad 1+\sqrt{-4},\quad 3+4i,\quad 9,\quad i^2+1$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$a+bi$ 에서 $b=0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
$2i$ 의 허수 부분은 2, $1+\sqrt{-4}=1+2i$ 에서 허수 부분은 2이고, $3+4i$ 의 허수 부분은 4이다.
9와 $i^2+1=-1+1=0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 i^2+1 로 두 개다.

8. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

9. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

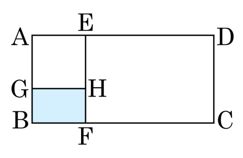
해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

10. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = a$, $\overline{\mathrm{AB}} = b$ 일때, 사각형 GBFH 의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$

② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square\mathrm{GBFH} = \square\mathrm{ABCD} - \square\mathrm{AGHE} - \square\mathrm{EFCD}$

$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$

$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

11. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$　② $a^2-b^2+c^2-2bc$　③ $a^2+b^2-c^2+2ab$　④ $a^2-b^2-c^2+2bc$　⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

12. $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, x^2과 x^3의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$
$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$
(x^2의 계수)=(x^3의 계수)=0이므로
$ab+2=0,\ a+2=0$
따라서 $a=-2,\ b=1$
$\therefore a+b=-1$

13. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$　② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$
③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$　④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$
⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= X(X+1)-6 \\
&= X^2+X-6 \\
&= (X+3)(X-2) \\
&= (x^2+x+3)(x^2+x-2) \\
&= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)
\end{aligned}
$$

14. 다음 중 다항식 x^4-8x^2-9의 인수가 아닌 것은?

① $x-3$
② $x+3$
③ x^2+1
④ x^2+9
⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$x^4-8x^2-9=(x^2+1)(x^2-9)$

$=(x^2+1)(x+3)(x-3)$

⑤ $x^2(x+3)+x+3=(x^2+1)(x+3)$

15. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： -4

해설

x^2-2x-y^2+2y

$=(x^2-y^2)-2(x-y)$

$=(x+y-2)(x-y)$

$=(x+ay)(x-by+c)$

계수를 비교하면

$a=-1, b=-1, c=-2$

$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

16. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$

$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

17. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}=a+1=2000$$

18. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

$$
\begin{aligned}
2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
&= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a + 7b
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

19. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

20. 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 $a,\ b,\ c$ 라 하자.

$4(a+b+c)=36,\ 2(ab+bc+ca)=56$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$a^2+b^2+c^2=81-56=25$

$\therefore$ (대각선의 길이) $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{25}=5$

21. x에 관계없이 $\dfrac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\dfrac{x-a}{2x-b}=k$라 놓으면,

$(2k-1)x+(a-bk)=0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k=\dfrac{1}{2},\ a=\dfrac{1}{2}b$이다.

$\therefore\ \dfrac{b}{a}=2$

22. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0$, $a+k=0$, $-b+k=0$

$\therefore$ $k=2$, $a=-2$, $b=2$

$\therefore$ $a-b=-4$

23. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 $(x-1)^2$을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$이 되도록 상수 $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로

x^3+ax^2+bx+3

$=(x-1)^2(x+k)+2x+1$

$=x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$

양변의 계수를 비교하면

$a=k-2,\ b=3-2k,\ 3=k+1$

$k=2$이므로 $a=0,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=0-(-1)=1$

24. $(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 512

해설

$(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4=ax^{22}+bx^{21}+\cdots+c$
위의 식에 $x=1$ 을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
$\therefore$ (계수의 총합) $=2^5\times(-2)^4=512$

25. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지가 -2이고, $x-2$로 나눈 나머지가 1일 때, $f(x)$를 $(x+1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $2x+1$ ② $x+1$ ③ $x-1$
④ $2x-1$ ⑤ $3x+2$

해설

$f(x)=(x+1)\,Q_1(x)-2$
$f(x)=(x-2)Q_2(x)+1$
$f(x)=(x+1)(x-2)\,Q_3(x)+ax+b$
$f(-1)=-a+b=-2,\ f(2)=2a+b=1$
$\therefore\ a=1,\ b=-1$
구하는 나머지는 $x-1$

26. $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$를 x^2+2x-3으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x)+3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x)+2\}+3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x)+2(x-1)+3 \\ &= (x^2+2x-3)Q'(x)+2x+1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

27. 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나누었을 때의 나머지가 $-x+4$이다. 다항식 $f(x+1)$을 x^2+2x-3으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x+1$ ② $-x+3$ ③ $x-1$

④ $2x$ ⑤ $2x-3$

해설

$f(x)=(x^2-4)P(x)-x+4$

$\quad\quad=(x+2)(x-2)P(x)-x+4$

$\therefore\ f(-2)=6,\ f(2)=2$

$f(x+1)=(x^2+2x-3)Q(x)+ax+b$

$\quad\quad\quad\quad=(x+3)(x-1)Q(x)+ax+b$

$x=-3$을 대입하면 $f(-2)=-3a+b=6$

$x=1$을 대입하면 $f(2)=a+b=2$

$\therefore\ a=-1,\ b=3$

따라서 나머지는 $-x+3$

28. $2x^3+9x^2+11x+7=a(x+1)^3+b(x+1)^2+c(x+1)+d$ 가 x에 대한 항등식일 때, $a,\ b,\ c, d$를 차례로 구하면?

① 3, －1, 3, 2　　② 2, 3, －1, 3

③ −3, 1, －3, －2　　④ −2, －3, 1, －3

⑤ 1, －3, 4, －2

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrl}
-1 & 2 & 9 & 11 & 7 & \\
 & & -2 & -7 & -4 & \\ \hline
-1 & 2 & 7 & 4 & \boxed{3} & \leftarrow \mathrm{d} \\
 & & -2 & -5 & & \\ \hline
-1 & 2 & 5 & \boxed{-1} & \leftarrow & \mathrm{c} \\
 & & -2 & & & \\ \hline
 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow \mathrm{b} & & \\
 & \uparrow & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & &
\end{array}$$

$a=2,\ b=3,\ c=-1,\ d=3$

29. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

$$
\begin{aligned}
& a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\
&= (b-c)a^2 - \boxed{(가)}\,a + \boxed{(나)}\,(b-c) \\
&= \boxed{(다)}\,\{a^2 - \boxed{(라)}\,a + \boxed{(나)}\} \\
&= (b-c)(a-b)\boxed{(마)}
\end{aligned}
$$

① (가) (b^2-c^2) ② (나) bc ③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$ ⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$
\begin{aligned}
& a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\
&= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
&= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2-c^2)}\,a + \boxed{bc}\,(b-c) \\
&= \boxed{(b-c)}\left\{a^2 - \boxed{(b+c)}\,a + \boxed{bc}\right\} \\
&= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
\end{aligned}
$$

30. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형
② 이등변삼각형
③ 정삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

$a,\ b,\ c$는 실수이므로

$a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

31. 다음 두 다항식이 서로 소가 아닐 때, 상수 a의 모든 값의 합은?

$x^3-2x^2-5x+6,\quad x^2-3x+a$

① -10 ② -8 ③ -5 ④ 0 ⑤ 3

해설

x^3-2x^2-5x+6을 조립제법으로 인수분해하면
$(x-1)(x+2)(x-3)$
각각의 경우에 대해 나머지 정리를 이용한다
i) $x=1 \Rightarrow 1-3+a=0,\ a=2$
ii) $x=2 \Rightarrow 4+6+a=0,\ a=-10$
iii) $x=3 \Rightarrow 9-9+a=0,\ a=0$
$\therefore$ a의 합 : $2+(-10)+0=-8$

32. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2, 2x^3 + (a-2)x^2 - 2x$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 3 = x^2(x+2) - (x+2)$

$= (x+2)(x-1)(x-2)$

$2x^3 + (a-2)x^2 - 2x = x(2x^2 + (a-2)x - 2) \cdots$ ①

두 식의 최대 공약수가 이차식이므로

$x = -2, -1, 1$ 을 ①식에 대입하면

식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.

$x = -2$ 일 때, $8 - 2a + 4 - 2 = 0,\ a = 5$

$x = -1$ 일 때, $2 - a + 2 - 2 = 0,\ a = 2$

$x = 1$ 일 때, $2 + a - 2 - 2 = 0,\ a = 2$

$x = -1,\ 1$ 일때, 일치함

최대 공약수는 $(x+1)(x-1)$

$\therefore\ a = 2$

33. 합이 $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^4 - 3x^2 + 2x$ 인 두 식을 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(2) \times g(2)$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 22 ③ 26 ④ 32 ⑤ 36

해설

$f(x) = Ga,\ g(x) = Gb$ (단, a, b : 서로소)

$f(x) + g(x) = G(a+b)$

$= (x-1)(x+2)(2x-1) \cdots$ ㉠

$L = Gab = x(x-1)^2(x+2)$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a+b$와 ab가 서로소이므로

$G = (x-1)(x+2)$

$\therefore f(x)g(x) = LG = x(x-1)^2(x+2)(x-1)(x+2) = x(x-1)^3(x+2)^2$

$\therefore\ f(2)g(2) = 32$

34. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2-5x-3$이고 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

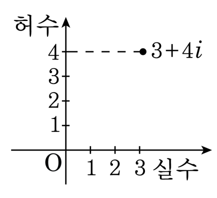
▶ 답 :

▷ 정답 : $x-3$

해설

두 다항식을 A, B라고 하면
$A+B=(a+b)G$, $L=abG$,
즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.
$x^3-2x^2-5x+6=(x-3)(x-1)(x+2)$
$2x^2-5x-3=(x-3)(2x+1)$
$\therefore\ G=x-3$

35. 복소수 $z=a+bi$ (a, b는 실수)를 실수의 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3+4i$를 $(3,\ 4)$로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z=1+i$일 때, $0,\ z,\ z^2$ 이 나타내는 점을 각각 $A,\ B,\ C$ 라 할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)



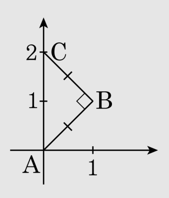
① 정삼각형 ② 이등변삼각형

③ 직각삼각형 ④ 직각이등변삼각형

⑤ 답 없음

해설

$z = 1+i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1,\ 1),\ C(0,\ 2)$



$\Rightarrow$ 직각이등변삼각형

※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.