

1. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

2. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 7

해설

$28 \times a = b^2$ 에서
 $28 = 2^2 \times 7$
 $a = 7$
 $2^2 \times 7 \times 7 = b^2$
 $2^2 \times 7^2 = b^2$
 $b = 2 \times 7 = 14$

3. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

4. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수

㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

5. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8 \text{을 } 15 \text{로 나눈 나머지})=0$

6. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 42 cm, 70 cm, 84 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체로 빈틈없이 채우려고 한다. 가능한 한 큰 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 14cm

해설

정육면체가 가능한 한 커야하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야 하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수
 $2 \times 7 = 14$ (cm)

7. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?
- ① 18cm, 35 개 ② 24cm, 35 개 ③ 18cm, 40 개
④ 24cm, 40 개 ⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,
 $120 = x \times \square$, $168 = x \times \triangle$
 x 는 120 과 168 의 최대공약수
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $\therefore x = 2^3 \times 3 = 24$ (cm)
 $120 = 24 \times 5$, $168 = 24 \times 7$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore 5 \times 7 = 35$ (개)

8. 가로 길이가 1200cm, 세로 길이가 $2^3 \times 3^2 \times 5$ cm 인 벽면이 있다. 이 벽면에 가능한 한 큰 정사각형의 타일을 붙이려고 한다. 정사각형의 타일은 몇 개 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 30개

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는

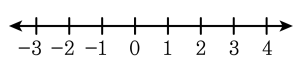
$$2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 120cm 이므로 필요한 타일의 개수는

타일의 개수는

$$(1200 \div 120) \times (360 \div 120) = 10 \times 3 = 30 \text{ (개) 이다.}$$

9. 수직선 위에 -2 와 $+4$ 를 대응시켰을 때, 두 수에서 같은 거리에 있는 점에 대응되는 수를 구하여라.

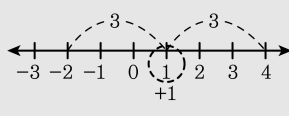


▶ 답 :

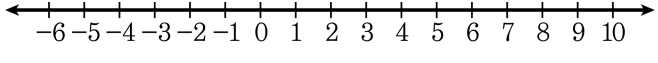
▷ 정답 : $+1$

해설

수직선을 이용하여 구하면, 다음과 같다.



10. 수직선 위에 -6 과 $+10$ 을 대응시켰을 때, 두 수에서 같은 거리에 있는 점에 대응되는 수를 구하여라.

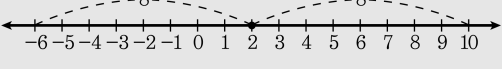


▶ 답 :

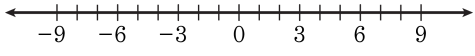
▷ 정답 : $+2$

해설

수직선을 이용하여 구하면, 다음과 같다.



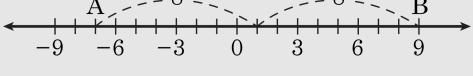
11. A 는 -5 보다 2 작은 수이고 B 는 4 보다 5 큰 수이다. 이때, 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점을 아래 수직선에서 찾으면?



- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

-5 보다 2 작은 수는 -5로부터 왼쪽으로 2만큼 이동한 수이므로 -7 이다.
4 보다 5 큰 수는 +4로부터 오른쪽으로 5만큼 이동한 수이므로 +9 이다.
따라서 A,B가 나타내는 수는 각각 -7, 9이고, A,B에서 같은 거리에 있는 점을
수직선을 이용하여 구하면, 다음과 같다.



12. 다음 중 틀린 것은?

① x 는 2 이상 3 미만이다 $\Rightarrow 2 \leq x < 3$

② x 는 -1 초과 5 이하이다 $\Rightarrow -1 < x \leq 5$

③ x 는 1 미만 0 초과이다 $\Rightarrow 0 < x < 1$

④ x 는 0 이상 4 미만이다 $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

⑤ x 는 -3 초과 4 미만이다 $\Rightarrow -3 < x < 4$

해설

x 는 0 이상 4 미만이다. $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

13. 다음 중 틀린 것은?

① a 는 -3 초과이다. $\Rightarrow a > -3$

② a 는 2 이하이다. $\Rightarrow a \leq 2$

③ a 는 0 미만이다. $\Rightarrow a \leq 0$

④ a 는 8 이상이다. $\Rightarrow a \geq 8$

⑤ a 는 4 이상이다. $\Rightarrow 4 \leq a$

해설

미만은 같은 경우를 포함하지 않으므로 등호를 빼야 한다.

14. 다음을 부등호를 사용하여 나타내어라.

x 는 -1 보다 크고 8 보다 크지 않다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x \leq 8$

해설

x 는 -1 보다 크다 : $-1 < x$
 x 는 8 보다 크지 않다는 x 는 8 보다 작거나 같다와 동일하다 :
 $x \leq 8$
따라서 x 는 -1 보다 크고 8 보다 크지 않다 :
 $-1 < x \leq 8$

15. 다음 중 두 수 a, b 에 대하여 $a < 0, b > 0$ 일 때, 항상 참인 것은?

① $a + b < 0$

② $a^2 - b > 0$

③ $a + 2b < 0$

④ $a + b^2 > 0$

⑤ $b - a > 0$

해설

① 반례 : $a = -1, b = 2$

② 반례 : $a = -1, b = 2$

③ 반례 : $a = -1, b = 2$

④ 반례 : $a = -5, b = 2$

16. a 가 2보다 5만큼 작은 정수일 때, a , $-a$, 2의 대소관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 2 < -a$

해설

$a = 2 - 5 = -3$ 이므로 $-a = 3$

따라서 대소관계는 $a < 2 < -a$

17. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $a \times b < 0, b \times c > 0, a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b < 0, c < 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a > 0, b < 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a \times b < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호이다.

그런데 $a > b$ 이므로 $a > 0, b < 0$

$b \times c > 0$ 이므로 b, c 의 부호는 같다.

$\therefore c < 0$

18. 가로 80m , 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.

19. 가로 길이 450 m, 세로 길이 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m 이다.

20. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

- ① 6 그루
- ② 18 그루
- ③ 24 그루
- ④ 38 그루
- ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

21. 세 자연수 3, 4, 5 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 모두 2인 자연수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

구하는 수는 (3, 4, 5의 공배수) + 2
3, 4, 5 의 최소공배수는 60이고 60의 배수는
60, 120, 180, ... 이다.
따라서 가장 작은 세 자리의 수는
 $120 + 2 = 122$ 이다.

22. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 60 ② 61 ③ 120 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$\therefore 120 + 1 = 121$

23. 자연수 N 을 2 에서 8 까지의 자연수로 나누면 나머지는 모두 1 이다. 이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

24. 1 부터 n 까지의 유리수 중에서 분모가 7 인 정수가 아닌 유리수의 개수가 120 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

1부터 n 까지의 유리수는

$\frac{7}{7}$ 부터 $\frac{7n}{7}$ 까지의 유리수이다.

이 중 n 개의 정수가 있으므로

$7n - 6 - n = 120$ 이다.

따라서 $6n = 126$, $n = 21$ 이다.

25. 다음의 조건을 만족하는 서로 다른 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

$\ominus \quad |a| + 2 = b$

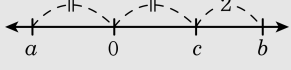
$\oplus \quad a < 0, \ c > 0$

$\ominus \quad |a| = |c|$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < c < b$

해설



$\therefore a < c < b$

26. 다음 중 대소 관계가 옳은 것을 고르면?

① $|-3| < 0$

② $-11 < -13$

③ $|-16| < |-17|$

④ $15 > 19$

⑤ $|+21| < |-20|$

해설

① $|-3| = 3 > 0$

② $-11 > -13$

③ $|-16| = 16 < |-17| = 17$

④ $15 < 19$

⑤ $|+21| = 21 > |-20| = 20$

27. 수직선 위의 9에 대응하는 점을 A , -2 에 대응하는 점을 B 라 할 때, 두 점 A , B 에서 같은 거리에 있는 한 점이 나타내는 수를 구하여라.

① 2.5 ② 3.5 ③ 4 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

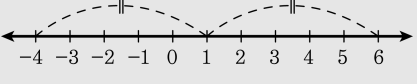
수직선 위에서 9와 -2 사이의 거리는 $9 - (-2) = 11$ 이므로 두 점 A , B 에서 같은 거리에 있는 한 점이 나타내는 수는 -2 보다 $11 \div 2 = 5.5$ 만큼 큰 수 또는 9보다 $11 \div 2 = 5.5$ 만큼 작은 수이다.

$$\therefore -2 + 5.5 = 3.5$$

28. 수직선 위의 두 점 -4 와 6 으로부터 같은 거리에 있는 점을 나타내는 수는?

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

해설



두 점 사이의 거리는 10 이므로 구하는 점이 나타내는 수는 1

29. 수직선에서 -4 와 3 에 대응하는 점에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는?

① -1

② -0.5

③ 0.5

④ 1

⑤ 1.5

해설

-4 와 3 의 거리는 7 이므로

같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 $-4 + 7 \times \frac{1}{2} = -0.5$ 이다.

30. 어떤 정수와 6 의 합은 양수이고 어떤 정수와 4 의 합은 음수이다.
어떤 정수는 무엇인가?

① -5 ② -4 ③ -7 ④ -6 ⑤ -3

해설

어떤 정수를 x 라 하면

$x + 6 > 0$ 이므로 $x > -6$

$x + 4 < 0$ 이므로 $x < -4$

$\therefore -6 < x < -4$ 이므로 $x = -5$

31. 다음 표에서 가로, 세로, 대각선의 방향으로 각 정수를 더해도 그 합은 항상 같다. 이 때, $A + B + C + D + E$ 의 값을 구하여라.

2	A	6	-4
B	-3	3	-1
4	7	C	-4
D	E	-2	8

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

각 줄의 합은 $(-4) + (-1) + (-4) + 8 = -1$ 이므로
 $A = -5, B = 0, C = -8, D = -7, E = 0$
 $\therefore A + B + C + D + E = -20$

32. 다음 표에서 가로, 세로, 대각선의 방향으로 각 정수를 더해도 그 합은 항상 같다. 이 때, A, B, C, D, E의 합을 구하여라.

2	A	6	-4
B	-3	3	-1
4	7	C	-4
D	E	-2	8

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

각 줄의 합은 $(-4) + (-1) + (-4) + 8 = -1$ 이므로
 $A = -5, B = 0, C = -8, D = -7, E = 0$
 $\therefore A + B + C + D + E = -20$

33. 두 수 a, b 에 대하여 $a \odot b = (|a| \times |b|) \times (a \times b)$ 으로 정의할 때, $A = (-4) \odot (+3)$, $B = (+8) \odot (-2)$ 에 대하여 $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 112

해설

$A - B$ 를 풀려면
 $A = (-4) \odot (+3)$,
 $B = (+8) \odot (-2)$ 을 먼저 풀어야 한다.
 $A = (|(-4)| \times |(+3)|) \times ((-4) \times (+3))$
 $= (4 \times 3) \times (-12) = -144$
 $B = (|(+8)| \times |(-2)|) \times ((+8) \times (-2))$
 $= (8 \times 2) \times (-16) = -256$
따라서 $(-144) - (-256) = (-144) + (+256) = 112$ 이다.

34. a 가 음의 정수, b 가 양의 정수라고 한다. 보기에서 양의 정수가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $(-1) \times a$

㉡ $(-2) \times b$

㉢ $a \times b$

㉣ $a \times b \times b$

㉤ $a \times a \times b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

음의 정수가 짝수번 곱해진 것이 양의 정수가 된다.

35. 다음을 계산한 결과로 올바른 것은?

$$(-2.5) \times \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times (-3.6)$$

- ① $\frac{21}{20}$
- ② $\frac{27}{20}$
- ③ $-\frac{21}{20}$
- ④ $-\frac{23}{20}$
- ⑤ $-\frac{27}{20}$

해설

$$\left(-\frac{5}{2}\right) \times \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{18}{5}\right) = -\frac{27}{20}$$

36. 4개의 유리수 $-4, +\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, -2$ 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 A , 가장 작은 수를 B 라 할 때, A, B 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{8}{3}$

▷ 정답 : $B = -12$

해설

$$A = (-4) \times (-2) \times \left(+\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}$$

$$B = (-4) \times (-2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -12$$

$$\therefore A = \frac{8}{3}, B = -12$$

37. 네 유리수 $\frac{2}{3}, -2, -1\frac{1}{3}, -\frac{7}{2}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들

어진 수의 부호가 양수이어야

한다. 따라서, 양수 1개, 음수 2개를 뽑는다.

이때, 음수 2개는 절댓값이 큰 수 2개이다.

$$M = \frac{2}{3} \times (-2) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{14}{3}$$

최솟값이 되려면 음수 3개를 뽑는다.

$$m = (-2) \times \left(-1\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{28}{3}$$

$$\therefore M - m = \frac{14}{3} - \left(-\frac{28}{3}\right) = \frac{42}{3} = 14$$

38. $\frac{b}{a}$ 라는 식의 a 와 b 에 $-\frac{9}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4}$ 를 대입시켰을 때, 나올 수 있는 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{81}{4}$

해설

$\frac{b}{a}$ 식이 최댓값을 가지는 값은 같은 부호의 값을 a, b 에 대입시켰을 때 나온다. 이 때 가질 수 있는 값은 3, 9 이다.

$\frac{b}{a}$ 식이 최솟값을 가지는 값은 다른 부호의 값을 a, b 에 대입시켰을 때 나온다. 이 때 가질 수 있는 값은 $-\frac{45}{4}, -\frac{15}{4}, -\frac{12}{5}, -\frac{5}{4}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{12}, -\frac{4}{15}, -\frac{4}{45}$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a}$ 식의 최댓값과 최솟값의 차는

$$9 - \left(-\frac{45}{4}\right) = \frac{81}{4} \text{ 이다.}$$

39. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수를 나타내기로 한다. 예를 들어 $[2.5]$ 에서 2.5를 넘지 않는 최대 정수는 2이므로 $[2.5] = 2$ 이다. 이때, 다음 식의 값을 구하여라.

보기

$$[-4.1] - [9.3] \div \frac{1}{[-0.6]}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$[-4.1] = -5, [9.3] = 9, [-0.6] = -1$$

$$[-4.1] - [9.3] \div \frac{1}{[-0.6]}$$

$$= (-5) - 9 \div (-1)$$

$$= (-5) + 9$$

$$= 4$$

40. 두 유리수 a, b 에 대하여
 $a \circ b =$ (수직선 위의 두 수 a, b 로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수)

로 정의할 때, $\frac{1}{2} \circ \left(\frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{11}{36}$ ④ $\frac{19}{48}$ ⑤ $\frac{23}{60}$

해설

$$\frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{1}{2} \circ \frac{7}{24} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{7}{24}}{2} = \frac{19}{48} \text{ 이다.}$$

41. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a \Delta b = a \div b + 1$ 로 정의할 때, $34 \Delta \left(\frac{2}{3} \Delta 5 \right)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31 또는 +31

해설

$$\frac{2}{3} \Delta 5 = \frac{2}{3} \div 5 + 1 = \frac{2}{15} + 1 = \frac{17}{15}$$

$$34 \Delta \frac{17}{15} = 34 \div \frac{17}{15} + 1 = 30 + 1 = 31 \text{ 이다.}$$