

1. 직선 $x+ay+1=0$ 이 $x-y+1=0$ 과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$ 과는 평행일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x+ay+1=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x-y+1=0 \cdots \textcircled{2}$$

$$x+(2-b)y-1=0 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \perp \textcircled{2} : 1 \times 1 + a \times (-1) = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$\textcircled{1} // \textcircled{3} : \frac{1}{1} = \frac{a}{2-b} \neq \frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow a = 2 - b$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - b$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

2. 두 점 $A(3, 2), B(1, 4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

- ① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$ ② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$ ③ $(0, 2)$
④ $(1, 1)$ ⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3, 2), B(1, 4)$ 의 중점 M 의 좌표는 $(2, 3)$ 이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인

직선의 기울기 m 은 $(-2) \cdot m = -1$ 에서 $m = \frac{1}{2}$

이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2) + 3 \quad \therefore y = \frac{1}{2}x + 2$$

따라서, 이 직선 위의 점은 $(0, 2)$ 이다

3. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답: 0

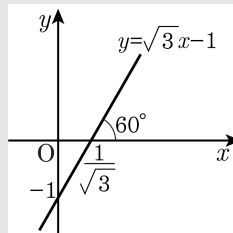
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60 °

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1 , x 축의 양의 방
향과 이루는 각 60°



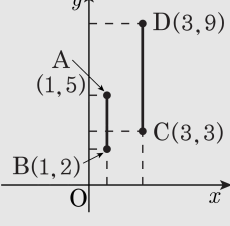
4. $f(x) = ax + b$ 이고 $2 \leq f(1) \leq 5$, $3 \leq f(3) \leq 9$ 라고 할 때, a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

다음 그림과 같이 $f(x) = ax + b$ 가 선분 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 동시에 지나야 하고

a 는 $y = f(x)$ 의 기울기이므로



a 의 최댓값은 $\overline{BD}$ 의 기울기이고

a 의 최솟값은 $\overline{AC}$ 의 기울기이다.

$$\overline{BD} \text{의 기울기} = \frac{9-2}{3-1} = \frac{7}{2}$$

$$\overline{AC} \text{의 기울기} = \frac{3-5}{3-1} = -1$$

$$\therefore \text{최댓값} + \text{최솟값} = \frac{7}{2} - 1 = \frac{5}{2}$$

(다른 풀이) $f(1) = a + b$, $f(3) = 3a + b$ 이므로

$$\therefore -1 \leq a \leq \frac{7}{2}$$

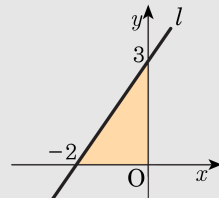
5. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

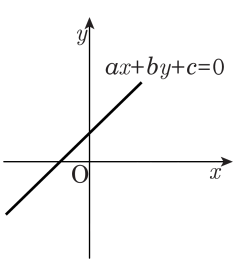
해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

6. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

7. 다음 중 직선 $2x - 3y - 5 = 0$ 에 수직이고 점 $(-1, 2)$ 를 지나는 직선 위에 있는 점은?

① $(3, -2)$

② $(3, -3)$

③ $(3, -4)$

④ $(3, -5)$

⑤ $(3, -6)$

해설

주어진 직선의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = -\frac{3}{2}(x + 1)$$

$$\therefore 3x + 2y - 1 = 0$$

그러므로 이 직선 위에 있는 점은 점 $(3, -4)$ 이다.

8. 두 직선 $mx - y + m + 1 = 0$ 과 $y = -x + 2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} < m < 1$

② $-\frac{1}{3} < m < 1$

③ $-1 < m < 2$

④ $m < -\frac{1}{3}, m > 1$

⑤ $-1 < m < -\frac{1}{3}$

해설

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow m(x+1) - (y-1) = 0 \text{ 에서}$$

이 직선은 m 의 값에 관계없이

항상 점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

다음 그림에서 $\textcircled{1}$ 이 직선 $y = -x + 2$

와

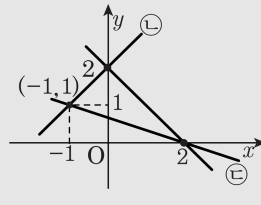
제1사분면에서 내려면 $\textcircled{1}$ 의 기울기 m

은

$$\textcircled{L} \text{의 기울기 } \frac{2-1}{0-(-1)} = 1 \text{ 보다 작고}$$

$$\textcircled{\ominus} \text{의 기울기 } \frac{0-1}{2-(-1)} = -\frac{1}{3} \text{ 보다 커야한다.}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < m < 1$$



9. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?
- ① (4, 5) ② (3, 4) ③ (2, 3)
- ④ (1, 2) ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면
$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$
따라서 $x = 3$, $y = 4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

10. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

11. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $A(-2k-1, 5)$, $B(k, -k-10)$, $C(2k+5, k-1)$ 가 일직선 위에 있을 때, k 의 값의 곱을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB와 직선 BC의 기울기는 같다.

$$\frac{-k-10-5}{k-(-2k-1)} = \frac{(k-1)-(-k-10)}{2k+5-k}$$

이 식을 정리하면 $k^2 + 7k + 12 = 0$

$\therefore k$ 의 값의 곱은 12이다.

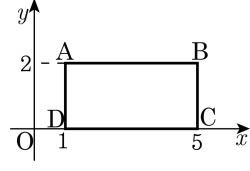
12. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
 $px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{㉠}$,
 $p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 이라 하자.
 $\textcircled{㉠}$ 과 $\textcircled{㉡}$ 은 서로 직교하므로
 $pp' + qq' = 0$ 이다.
(준식) $= (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0$ 의
전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은
 $pp' + qq' = 0$ 이므로 $a + 2 = pp' + qq' = 0$
 $\therefore a = -2$
 $a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
 $= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 이 두 직선의 곱을 나타내므로
 $\textcircled{㉢}$ 의 판별식 $D_1 = (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b)$
 $= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{㉣}$ 이 완전제곱식이다.
따라서 $\textcircled{㉣}$ 의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.
 $\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$

13. 점 $(-1, -1)$ 을 지나고 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $ax + by + 1 = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?



- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, -1)$ 을 지나므로, $-a - b + 1 = 0 \dots \textcircled{1}$
 그리고 직선이 사각형을 이등분 하려면 사각형의 중심
 $(\frac{5+1}{2}, \frac{0+2}{2})$ 를 지나야 한다.
 $\Rightarrow 3a + b + 1 = 0 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 연립하면, $a = -1, b = 2$
 $\therefore a - b = -3$

14. 두 점 A(3, 2), B(a , b)를 지나는 직선의 기울기가 2이고, 이 직선과 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 의 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이 때, $3a + b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2, b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{ 이고}$$

이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \cdot \frac{2b+2}{3} - 3 = 0$$

$$\therefore a + 2b - 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$ 이다.

$$\therefore 3a + b = 5$$

15. (a, b) 가 직선 $x+y=1$ 위를 움직이는 점이라 할 때 직선 $ax+by=1$ 은 정점을 지난다. 그 정점의 좌표는?

- ① $(1, 1)$ ② $(1, 0)$ ③ $(0, 1)$
④ $(-1, -1)$ ⑤ $(-1, 0)$

해설

점 (a, b) 가 $x+y-1=0$ 위의 점이므로
 $a+b-1=0$ 에서 $b=1-a$
이때, $ax+by-1=ax+(1-a)y-1=0$
 $\rightarrow (x-y)a+y-1=0$
 $\therefore x-y=0, y-1=0$
즉 $x=y, y=1$
따라서 구하려는 정점은 $(1, 1)$ 이다.