

1. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = 3a + 2b$ 라고 정의할 때, 다음 순서쌍 중에서 $x * 2y = 2 * (-1)$ 의 해인 것은?

① $(2, 1)$

② $(-1, 3)$

③ $(0, 4)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(4, -2)$

해설

$x * 2y = 2 * (-1)$ 을 정리하면 $3x + 2 \times 2y = 3 \times 2 + 2 \times (-1)$,
 $3x + 4y = 4$ 이고 이를 만족하는 순서쌍은 $(4, -2)$ 이다.

2. x, y 가 자연수일 때, $3x + y = 19$ 를 만족하는 x, y 순서쌍의 개수를 구하면?(단, $x > y$)

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

자연수 x, y 에 대하여 $3x + y = 19$ 를 만족하는 순서쌍은 $(1, 16), (2, 13), (3, 10), (4, 7), (5, 4), (6, 1)$ 이고 이 중 x 의 값이 더 큰 것은 2개이다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x = 1, y = 3$

② $x = 3, y = 1$

③ $x = -1, y = 3$

④ $x = 1, y = -3$

⑤ $x = -1, y = -3$

해설

$y = 2x + 1$ 을 두 번째 식에 대입하면

$$x + 3(2x + 1) = 10$$

$$x = 1$$

x 값을 첫 번째 식에 대입하면 $y = 2 \times 1 + 1 = 3$

$$\therefore x = 1, y = 3$$

4. 5%의 소금물과 8%의 소금물을 섞어서 7%의 소금물 600g을 만들었다. 이때, 5% 소금물의 양을 x , 8% 소금물의 양을 y 로 놓고 연립방정식을 세우면?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} & \begin{cases} x+y=600 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100} \end{cases} \\ \textcircled{2} & \begin{cases} 5x+8y=7 \\ \frac{x}{100}+\frac{y}{100}=600 \end{cases} \\ \textcircled{3} & \begin{cases} x+y=600 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=600\times\frac{7}{100} \end{cases} \\ \textcircled{4} & \begin{cases} 5x+8y=7 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=600\times\frac{7}{100} \end{cases} \\ \textcircled{5} & \begin{cases} x+y=\frac{7}{100} \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=600 \end{cases} \end{array}$$

해설

(소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$ 이므로

$\frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y = 600 \times \frac{7}{100}$ 와 같은식이 나온다.

5. x, y 가 자연수일 때, 다음 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ 의 해를 (a, b) 라 할 때 $a^2 - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x - y = 3$ 을 만족하는 (x, y) 는 $(4, 1), (5, 2), (6, 3), \dots$
 $2x + y = 9$ 를 만족하는 (x, y) 는 $(1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)$ 이다.

따라서 $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ 를 만족하는 해는 $(4, 1)$ 이고, $a^2 - b = 16 - 1 = 15$ 이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=0 \\ x+y=a \end{cases}$ 의 해가 방정식 $2x-y=5$ 를 만족시킬 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{cases} x-2y=0 & \dots ① \\ x+y=a & \dots ② \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 하면 $x = \frac{2}{3}a$, $y = \frac{1}{3}a$ 이다.

$2x-y=5$ 에 x, y 를 대입하면

$$2 \times \frac{2}{3}a - \frac{1}{3}a = 5$$

$$\therefore a = 5$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 3(2x+1)-2(y+6)=0 \\ 4(x-1)+3(2y-3)-4=0 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $2y = -x + k$ 를 만족할 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 6x - 2y = 9 & \cdots \textcircled{1} \\ 4x + 6y = 17 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2} \text{을 하면 } 22x = 44 \quad \therefore x = 2$$

$$x = 2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } 12 - 2y = 9 \quad \therefore y = \frac{3}{2}$$

$$x = 2, y = \frac{3}{2} \text{을 } 2y = -x + k \text{에 대입하면}$$

$$2 \times \frac{3}{2} = -2 + k \quad \therefore k = 5$$

8. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{3} = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + 1 = 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 로 놓고 식을 정리하면

$$\begin{cases} X + 2Y + \frac{1}{3} = 0 \cdots \textcircled{A} \\ 2X + 3Y + 1 = 0 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B} \text{ 에서 } Y = \frac{1}{3} = \frac{1}{y} \quad \therefore y = 3$$

이것을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면

$$X - 1 = \frac{1}{x} \quad \therefore x = -1$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + by = 4 \\ 4x - 2y = c \end{cases}$ 의 해가 없을 때, b, c 의 값을 바르게 구한 것은?

- ① $b = -1, c = 8$ ② $b = 1, c = 8$ ③ $b \neq -1, c = 8$
④ $b \neq 1, c \neq 8$ ⑤ $b = -1, c \neq 8$

해설

$$\frac{2}{4} = \frac{b}{-2} \neq \frac{4}{c} \text{에서 } b = -1, c \neq 8$$

10. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} px + qy + r = 0 \\ qx + ry + p = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때,
 $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, p, q, r 은 0 이 아닌 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{p}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{p} = k \text{ 로 놓으면}$$

$$p = qk, q = rk, r = pk$$

세 식의 좌변끼리, 우변끼리 각각 곱하면

$$pqr = pqrk^3 (pqr \neq 0)$$

$$k^3 = 1$$

$$\therefore k = 1$$

따라서 $p = q = r$ 이므로 주어진 연립방정식은 모두 $p(x + y + 1) = 0$ 이 된다.

$$p \neq 0 \text{ 이므로 } x + y + 1 = 0$$

$$\therefore x + y = -1$$