

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?
- ① $A = x^3 + x^2 + x + 2, B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$
- ② $A = x^3 - x^2 + x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$
- ③ $A = x^3 - x^2 + x - 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$
- ④ $A = x^3 - x^2 - x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$
- ⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6, B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{1} - \textcircled{2}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

2. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

3. $\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = k \times 10^n$ (단, $0 < k < 10$, n 은 자연수)로 나타낼 때, n 의 값을 구하면?

- ① 72 ② 71 ③ 70 ④ 69 ⑤ 68

해설

$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = N \text{이라고 하면}$$
$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^{15}} < N < \frac{10^{85}}{10^{15}}$$
$$\frac{10 \times 10^{84}}{2 \times 10^{15}} < N < \frac{10 \times 10^{84}}{10^{15}}$$
$$5 \times 10^{69} < N < 10 \times 10^{69}$$

따라서 $N = k \times 10^{69} (5 < k < 10)$
 $\therefore n = 69$

4. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$
 $\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$
 $\therefore a = 3$

5. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{}x^2 + \text{}x + \text{}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\text{}x^2 + \text{}x + \text{} = A$ 라 하면
 $(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$
 $\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$
 $\therefore A = x^2 + 2x - 1$ 이므로
안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

6. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

7. 세 실수 a, b, c 가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a + b + c = 1, \quad ab + bc + ca = 1, \quad abc = 1$$

이 때, $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값은?

- ① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} &a + b + c = 1 \text{에서} \\ &a + b = 1 - c, \quad b + c = 1 - a, \quad c + a = 1 - b \\ &(a + b)(b + c)(c + a) \\ &= (1 - c)(1 - a)(1 - b) \\ &= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc \\ &= 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

8. 다항식 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 3$ 을 만족시킨다. $f(x^2 - 1)$ 을 구한 것은?

- ① $x^4 + 5x^2 + 1$ ② $x^4 + x^2 - 3$ ③ $x^4 - 5x^2 + 1$
④ $x^4 + x^2 + 3$ ⑤ 답 없음

해설

$$x^2 + 1 = t \text{라 하면 } x^2 = t - 1$$

주어진 식에 대입하면

$$f(t) = (t - 1)^2 + 5(t - 1) + 3$$

$$\therefore f(t) = t^2 + 3t - 1$$

$$\begin{aligned} f(x^2 - 1) &= (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 3 \end{aligned}$$

9. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수
: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,
계수= 2
: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,
계수= 1
ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
i), ii)에서 $2+1+3=6$

10. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 - ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
 - ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
 - ④ $a = b$ 인 이등변삼각형
 - ⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

$$\begin{aligned} \frac{a-b+c}{a+b+c} &= \frac{-a-b+c}{a-b-c} \text{에서} \\ (a-b+c)(a-b-c) &= (a+b+c)(-a-b+c) \\ (a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) &= 0 \\ (\text{좌변}) \\ &= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} \\ &= (a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2 \\ &= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2 \\ \text{따라서, } 2a^2 + 2b^2 - 2c^2 &= 0 \text{ 이므로 } a^2 + b^2 = c^2 \\ \text{그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 } c \text{인 직각삼각형이다.} \end{aligned}$$

11. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 (x > 0)$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 36

② 44

③ 52

④ 68

⑤ 82

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 \text{ 이므로}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4 \quad (\because x > 0)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x}) = 52$$

12. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 20 m 이고 대각선의 길이가 3 m 일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m² 인가?

① 12 m² ② 13 m² ③ 14 m² ④ 15 m² ⑤ 16 m²

해설

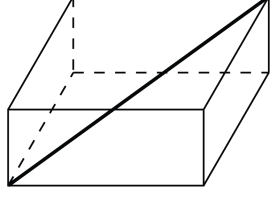
세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a + b + c) = 20, a + b + c = 5$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 3, a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

$$\begin{aligned} \text{(겉넓이)} &= 2(ab + bc + ca) \\ &= (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) \\ &= 25 - 9 = 16(\text{m}^2) \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 3이고 겹넓이가 16, 부피가 6인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a , b , c 라 할 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?



- ① 12 ② 18 ③ 21 ④ 23 ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} &= 3, \quad abc = 6, \quad 2(ab + bc + ca) = 16 \\ (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ (a + b + c)^2 &= 25, \quad a + b + c = 5 (\because a, b, c \text{는 양수}) \\ a^3 + b^3 + c^3 - 3abc &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \cdots \textcircled{1} \\ \textcircled{1} \text{에 각각 대입하면} \\ a^3 + b^3 + c^3 - 18 &= 5 \times (9 - 8) \\ a^3 + b^3 + c^3 &= 23 \end{aligned}$$

14. $a(a+1)=1$ 일 때, $\frac{a^4-a^2}{a^6-1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1)=1 \text{ 에서}$$

$$a^2=-a+1$$

$$a^4=(-a+1)^2=a^2-2a+1$$

$$=(-a+1)-2a+1=-3a+2$$

$$a^6=a^4 \times a^2=(-3a+2)(-a+1)$$

$$=3a^2-5a+2=3(-a+1)-5a+2$$

$$=-8a+5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4-a^2}{a^6-1} &= \frac{-3a+2-(-a+1)}{-8a+5-1} \\ &= \frac{-2a+1}{-8a+4} = \frac{-2a+1}{4(-2a+1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

15. $a + b = 1$, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{2000} + b^{2006}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a + b = 1$ 에서 $b = 1 - a$ 이고 $a^2 + b^2 = -1$ 이므로
 $a^2 + (1 - a)^2 = -1$, $2a^2 - 2a + 2 = 0$, $a^2 - a + 1 = 0$
이 식의 양변에 $a + 1$ 을 곱하면
 $(a + 1)(a^2 - a + 1) = 0$, $a^3 + 1 = 0$
같은 방법으로 하면
 $b^3 + 1 = 0$ 이므로 $a^3 = -1$, $b^3 = -1$
 $\therefore a^{2000} + b^{2006} = (a^3)^{666} \cdot a^2 + (b^3)^{668} \cdot b^2$
 $= a^2 + b^2 = -1$