

1. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{6}$ cm, $\sqrt{8}$ cm인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: $\sqrt{14}$ cm

해설

$$(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{8})^2 = 6 + 8 = 14$$

큰 정사각형의 한 변의 길이는 14의 양의 제곱근
따라서 $\sqrt{14}$ cm이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

3. 정수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(2n-2)(2n+2)+4}$ 이라고 할 때, $f(-5) + f(-4) + \dots + f(4) + f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$$f(-5) = \sqrt{(-12) \times (-8) + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-4) = \sqrt{(-10) \times (-6) + 4} = 8 = 2 \times 4$$

⋮

$$f(0) = \sqrt{(-4) + 4} = 0 = 2 \times 0$$

⋮

$$f(5) = \sqrt{8 \times 12 + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-5) + f(-4) + \dots + f(0) + \dots + f(5)$$

$$= 2(5 + 4 + \dots + 0 + 1 + \dots + 5)$$

$$= 2 \times 30 = 60$$

4. 유리수 $a, b \in \{-1 < a < 0, ab = 1\}$ 을 만족할 때,
 $\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{a}$

해설

$$\begin{aligned}b &= \frac{1}{a}, -1 < a < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0 \\&\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\&= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

5. 10 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 16개

해설

$a = 1$ 인 경우, $b = 3, 8$
 $a = 2$ 인 경우, $b = 2, 7$
 $a = 3$ 인 경우, $b = 1, 6$
 $a = 4$ 인 경우, $b = 5$
 $a = 5$ 인 경우, $b = 4$
 $a = 6$ 인 경우, $b = 3, 10$
 $a = 7$ 인 경우, $b = 2, 9$
 $a = 8$ 인 경우, $b = 1, 8, a = 9$ 인 경우, $b = 7$
 $a = 10$ 인 경우, $b = 6$
 $\therefore 16$ 개

6. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \frac{1}{3}, -2, -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

7. $\sqrt{6} < \sqrt{3x} < \sqrt{510}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

$\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{510}$ 사이의 자연수 :

$\sqrt{3^2}, \sqrt{4^2}, \sqrt{5^2}, \sqrt{6^2}, \dots, \sqrt{20^2}, \sqrt{21^2}, \sqrt{22^2}$

이 중에서 3의 배수는

$\sqrt{3^2}, \sqrt{6^2}, \sqrt{9^2}, \sqrt{12^2}, \sqrt{15^2}, \sqrt{18^2}, \sqrt{21^2}$

$\therefore 7$ 개

8. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

- ① (무리수)+ (무리수) ② (무리수)- (무리수)
③ (유리수)× (무리수) ④ (무리수)÷ (무리수)
⑤ (무리수)- (유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$$

$$\textcircled{2} \quad -\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$$

해설

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$$

10. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 12 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ &\text{ab} = 2 \text{를 대입하면} \\ &\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

11. $\sqrt{(5 - 2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5} - 5)^2}$ 을 간단히 하면 $a + b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

- ① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 5 &> 2\sqrt{5} \circ | \text{므로} \\ &\sqrt{(5 - 2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5} - 5)^2} \\ &= |5 - 2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5} - 5| \\ &= 5 - 2\sqrt{5} - (2\sqrt{5} - 5) \\ &= 5 - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5 \\ &= 10 - 4\sqrt{5} \\ \therefore a + b &= 10 - 4 = 6 \end{aligned}$$

12. 실수 x, y 에 대하여 연산 \otimes 을 $x \otimes y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$ 라 하자. 등식 $(a \otimes 2) + (2a \otimes 1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 14 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}(a \otimes 2) + (2a \otimes 1) \\&= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a \\&= (a + 2 + 2a + 1)\sqrt{3} + (2a + 2a)\sqrt{2} \\&= (3a + 3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b = 3a + 3, 4a = 20 \Rightarrow a = 5, b = 18 \\∴ a + b = 23\end{aligned}$$

13. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

| 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|-----|-------|-------|-------|-------|-----|
| 1.0 | 1.000 | 1.005 | 1.010 | 1.015 | ... |
| 1.1 | 1.049 | 1.054 | 1.058 | 1.063 | ... |
| 1.2 | 1.095 | 1.100 | 1.105 | 1.109 | ... |
| 1.3 | 1.140 | 1.145 | 1.149 | 1.153 | ... |
| 1.4 | 1.183 | 1.187 | 1.192 | 1.196 | ... |

- ① $a = 1.000, b = 1.13$ ② $a = 1.005, b = 1.15$
③ $a = 1.049, b = 1.42$ ④ $a = 1.196, b = 1.22$
⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

14. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a^2 - (2 + \sqrt{5})a + 4\sqrt{5}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{5} - 2 \\ a^2 - (2 + \sqrt{5})a + 4\sqrt{5} &= (\sqrt{5} - 2)^2 - (2 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2) + 4\sqrt{5} \\ &= 5 - 4\sqrt{5} + 4 - (5 - 4) + 4\sqrt{5} = 8 \end{aligned}$$

15. 높이가 $4\sqrt{6}$ cm, 부피가 $32\sqrt{6}\pi$ cm³ 인 원기둥이 있다. 원기둥의 밑면의 반지름을 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: $2\sqrt{2}$ cm

해설

부피가 $32\sqrt{6}\pi$ cm³ 이므로 밑넓이는 $\frac{32\sqrt{6}\pi}{4\sqrt{6}} = 8\pi$ cm² 이다.

따라서 밑면의 반지름의 길이를 r 이라고 하면 $r^2\pi = 8\pi$ 이므로
 $r = 2\sqrt{2}$ (cm) 이다.