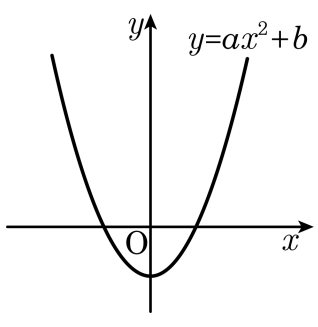
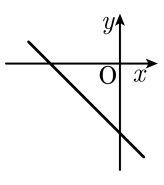
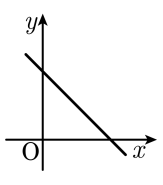
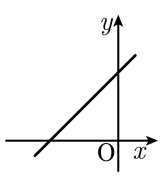
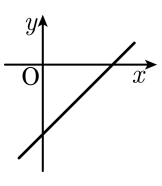
1. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + b$ 의 그래프는?

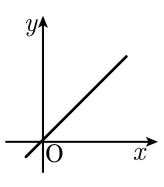


① 

② 

③ 

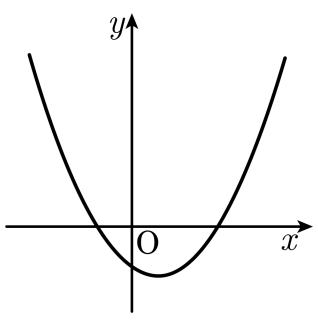
④ 

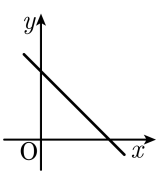
⑤ 

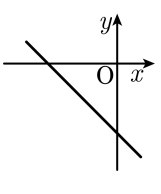
해설

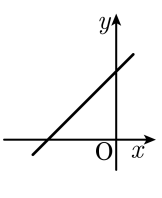
$a > 0$, $b < 0$ 이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

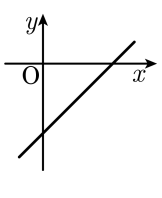
2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?

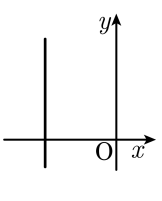


① 

② 

③ 

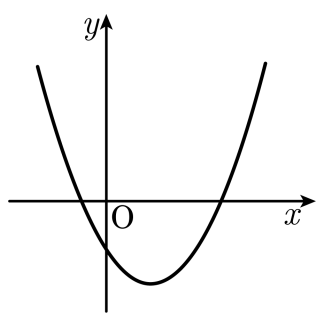
④ 

⑤ 

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$,
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
따라서 $b < 0$, y 절편이 음수이므로 $c < 0$,
$ax + by + c = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울기는 양수이고, y 절편은 음수이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

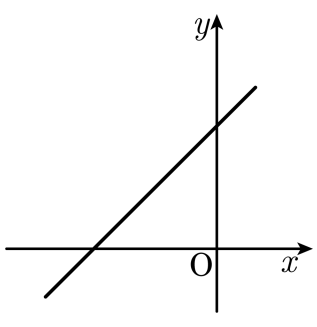
해설

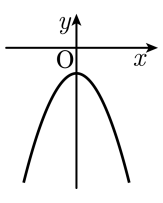
아래로 볼록하므로 $a > 0$

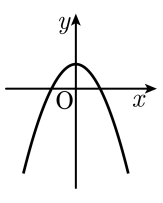
꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

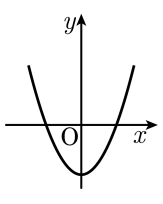
y 절편이 음수이므로 $c < 0$

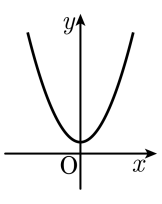
4. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?

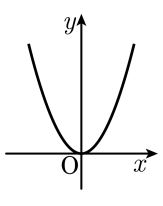


① 

② 

③ 

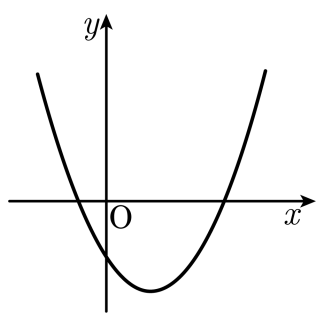
④ 

⑤ 

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c < 0$

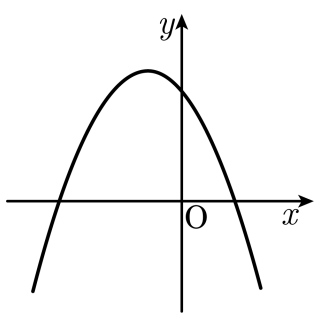
③ $a > 0, b < 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$이고 $ab < 0$이므로 $b < 0$이다.

6. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $a,\ p,\ q$ 의 부호는?



① $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$ ② $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$

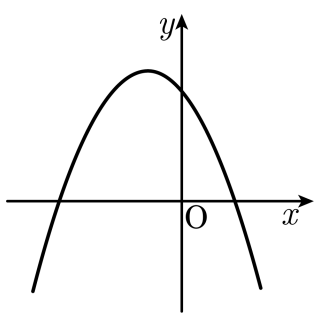
③ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$ ④ $a < 0,\ p < 0,\ q > 0$

⑤ $a < 0,\ p > 0,\ q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로 $a < 0,\ p < 0,\ q > 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, $a,\ p,\ q$ 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < 0$

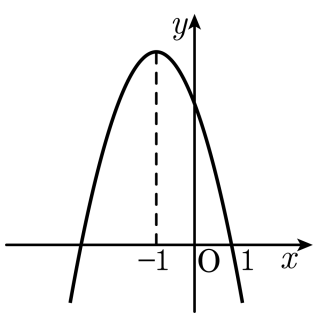
▷ 정답: $p > 0$

▷ 정답: $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p,\ q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0,\ p > 0,\ q > 0$ 이다.

8. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$ ㉡ $ac < 0$

㉢ $a - b + c > 0$ ㉣ $a + b + c < 0$

㉤ $4a - 2b + c > 0$ ㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

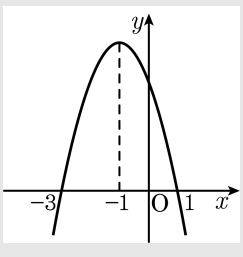
㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.

㉡ $a < 0$, $c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.

㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$

㉣ $f(1) = a + b + c = 0$

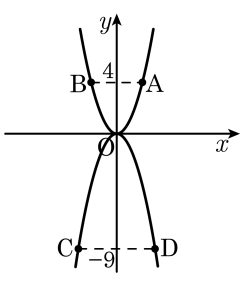
㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$\therefore\ f(-2) = 4a - 2b + c > 0$

㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

9. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, −2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 −9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 −3, 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

10. 이차함수 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

11. 그래프의 모양이 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3,1)$ 인 이차함수의 식을 $y=\frac{1}{2}(x-p)^2+q$ 라고 할 때, 상수 p,q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

그래프의 모양이 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3,1)$ 인 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$ 이다.

따라서 $p=-3, q=1$ 이다.

$\therefore\ p+q=-2$

12. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y=(x+3)^2$ 의 그래프는 x 축과 두 점에서 만난다.
㉡ $y=(x-2)^2-1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(2,-1)$ 이다.
㉢ $y=-3x^2-1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
㉣ $y=4x^2$ 의 그래프는 $y=-4x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
㉤ $y=-4(x-3)^2$ 의 그래프는 $y=-4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동시킨 것이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ x축과 한 점에서 만난다.
㉢ $a<0$이므로 위로 볼록하다.

13. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

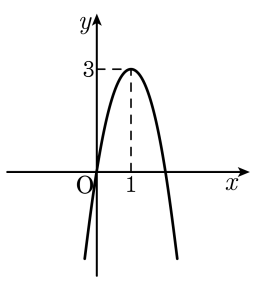
④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -2x^2 - 4x + 10$
$= -2(x+1)^2 + 12$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

14. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 가 점 $(0,0)$을 지나므로
$0 = a(0-1)^2 + 3,\ a = -3$
$y = -3(x-1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x$
$a = -3,\ b = 6, c = 0$
$\therefore a + b - c = -3 + 6 - 0 = 3$

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

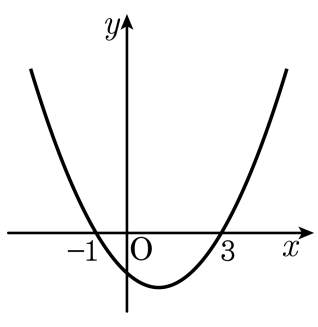
① $y = 6x - 14$ ② $y = 2x + 4$ ③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 2$ ⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 $(2,\ 6)$,
$x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로
y 축과의 교점은 $(0,\ 4)$
두 점 $(2,\ 6)$, $(0,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{6-4}{2-0} = 1$,
y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

16. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $9a + 3b + c > 0$

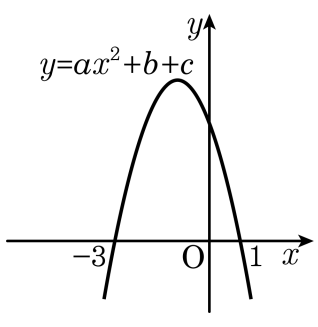
㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
$\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
$a + b + c < 4a + 2b + c$

17. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$ ② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$ ④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

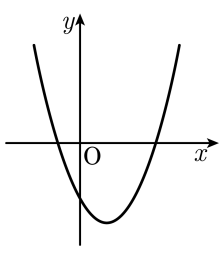
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

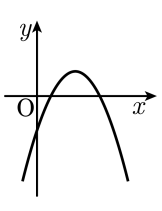
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

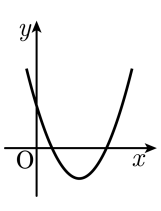
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

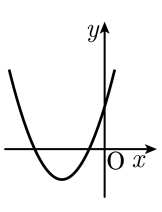
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

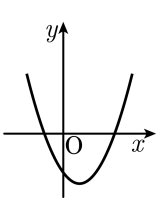
18. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

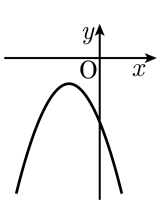


① 

② 

③ 

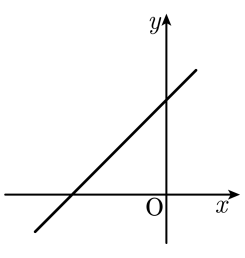
④ 

⑤ 

해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서, $b < 0$ 이다.
y 절편이 음수이므로 $-c < 0,\ c > 0$ 이다.
$y = cx^2 + bx + a$ 에서
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
따라서 구하는 그래프는 ②이다.

19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



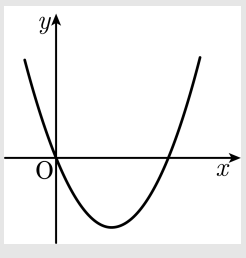
① x 축 위　② y 축 위

③ 제 1 사분면　④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



20. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은 것은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$|a| > \left|-\frac{1}{2}\right|$

$|a| < |2|$

$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} < a < 2$

21. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A$(2,\ p)$, B$(q,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2,\ p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2,\ 8)$, $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$(기울기) = \dfrac{8-2}{2-(-1)} = \dfrac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면

$8 = 2 \times 2 + b \quad \therefore\ b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

22. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

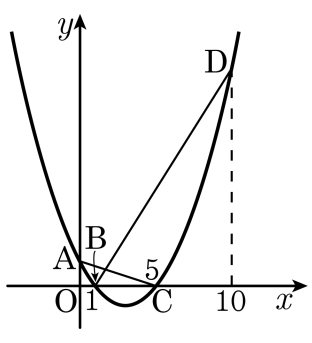
해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

23. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times c = 12$ 이다.

$c = 6$, 즉 A$(0, 6)$ 이다.

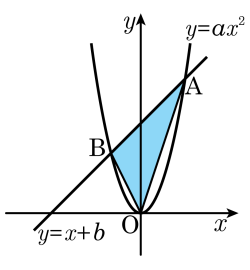
$y = ax^2 + bx + 6 = a(x-1)(x-5) = ax^2 - 6ax + 5a$ 이다.

$5a = 6$, $a = \frac{6}{5}$, $b = -\frac{36}{5}$ 이다.

$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6$ 이므로 D$(10, 54)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 54 = 108$

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A $(3,\ 9)$ 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle$ABO 의 넓이를 구하여라.



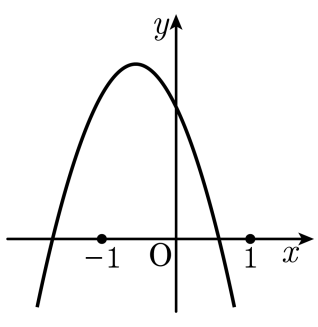
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 $(3,\ 9)$ 을 대입, $9 = 9a,\ a = 1 \quad \therefore\ y = x^2$
$y = x + b$ 에 점 $(3,\ 9)$ 을 대입, $9 = 3 + b,\ b = 6 \quad \therefore\ y = x + 6$
$y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면
$x^2 = x + 6$
$x^2 - x - 6 = 0$
$(x - 3)(x + 2) = 0$
$x = -2$ 또는 $x = 3$
$\therefore$ B $(-2,\ 4)$
$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로
$\triangle$ABO 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



① $a > 0$ ② $b < 0$ ③ $c < 0$

④ $a + b + c > 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

① 위로 볼록하므로 $a < 0$
② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$
따라서 $b < 0$ 이다.
③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$
④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$
⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$