

1. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, $\sqrt{0.008} + \sqrt{300}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

① $5a + \frac{1}{10}b$

② $5a + \frac{1}{20}b$

③ $10a + \frac{1}{15}b$

④ $10a + \frac{1}{25}b$

⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.008} &= \sqrt{\frac{80}{10000}} = \frac{\sqrt{80}}{100} \\ &= \frac{\sqrt{2^4 \times 5}}{100} = \frac{4\sqrt{5}}{100} = \frac{1}{25}b\end{aligned}$$

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore \sqrt{0.008} + \sqrt{300} = 10a + \frac{1}{25}b$$

2. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, $\sqrt{8}$ 을 a , b 를 써서 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{8} = \sqrt{3 + 5} = \sqrt{\sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2}$$

3. 양의 무리수 a 의 소수부분을 b 라 하면 $a^2 + b^2 = 7$ 이다. 이 때, a 의 정수부분을 구하여라. (단, $b \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$0 < b < 1 \text{ 이므로 } 0 < b^2 < 1$$

$$6 < 7 - b^2 < 7 \text{ 이므로 } 6 < a^2 < 7$$

따라서, $2 < \sqrt{6} < a < \sqrt{7} < 3$ 이므로 a 의 정수부분은 2 이다.

4. $\sqrt{2}$ 의 소수 부분을 a , $\frac{1}{a}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(a+3)x - (b-3)y = 1$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{6}$

▷ 정답 : $y = \frac{1}{6}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1 \text{ 이고, } 2 < \sqrt{2} + 1 < 3 \text{ 이므로 } b = \sqrt{2} - 1$$

$(a+3)x - (b-3)y = 1$ 에 각각 대입하면

$$(\sqrt{2} + 2)x - (\sqrt{2} - 4)y = 1$$

$$(x-y)\sqrt{2} + (2x+4y-1) = 0$$

따라서 $x-y=0$, $2x+4y-1=0$ 을 연립하면 $x=y=\frac{1}{6}$ 이다.

5. 자연수 n 에 대하여 $[\sqrt{nx}] = 3$ 을 만족하는 x 의 값의 총합이 21 일 때, n 의 값을 구하여라. (단, nx 는 자연수, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 말한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3 \leq \sqrt{nx} < 4 \text{ 에서 } 9 \leq nx < 16$$

nx 는 자연수이므로 $nx = 9, 10, 11, \dots, 15$

$$\therefore x = \frac{9}{n}, \frac{10}{n}, \frac{11}{n}, \dots, \frac{15}{n}$$

x 의 값의 총합이 21 이므로

$$\frac{1}{n}(9 + 10 + 11 + \dots + 15) = 21$$

$$\frac{84}{n} = 21$$

$$\therefore n = 4$$

6. $5\sqrt{11!}$ 의 정수 부분의 자릿수를 구하여라.

▶ 답: 자리

▷ 정답: 5자리

해설

$$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 11 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 = (720)^2 \times 7 \times 11$$

$$\therefore 5\sqrt{11!} = 3600\sqrt{77}$$

그런데 $8 < \sqrt{77} < 9$ 이므로 $28800 < 3600\sqrt{77} < 32400$ 이다.

따라서 정수 부분의 자릿수는 5 자리이다.