

1. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

① 144

② 216

③ 72

④ 96

⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^2$

④ $2^5 \times 3$

⑤ 2×7^2

2. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

16을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$ (개)이므로 $x + 1 = 2$, $x = 1$ 이다.

한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 A 의 값은 3이다.

3. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

4. 다음은 나예빠가 년밧저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 년밧저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 년밧저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답 : 시

▷ 정답 : 3시

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 년밧저가 만나는 시간은 3시이다.

5. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

6. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

7. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 1은 소수이다.

② 29는 소수가 아니다.

③ 37과 43은 모두 소수이다.

④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.

⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

① 1은 소수가 아니다.

② 29는 소수이다.

⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

9. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어갈 수 없는 수를 모두 고르면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

10. 다음 수를 약수의 개수가 많은 것부터 차례대로 써라.

㉠ $2^2 \times 3 \times 5^2$

㉡ 36

㉢ 469

㉣ 54

㉤ $2^4 \times 5^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ 18 개

㉡ 9 개

㉢ 4 개

㉣ 8 개

㉤ 15 개

11. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

12. $2^3 \times 7^2 \times a^2 \times b$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a, b 는 2, 7을 제외한 소수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 72(\text{개})$$

13. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기

풀이)

㉠ 10 을 소인수분해하면 2×5 이므로

㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$

㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면

㉤ $(0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$ 이다.

▶ 답:

▷ 정답: ㉤

해설

㉤ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 32$ (개) 이다.

14. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

15. 81의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$81 = 3^4$$

16. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

17. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

18. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답:

▷ 정답: 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’이다.

19. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.

20. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

21. 다음 중 자연수 84 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^3 \times 3 \times 7$

② $2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

7

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 3 은 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 2 의 배수 중 소수는 1 개이다.

⑤ 소수는 약수가 2 개이다.

해설

가장 작은 소수는 2이다.

23. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 2 는 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 1 은 소수가 아니다.

④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.

⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2 개이다.

24. 다음 보기 중 약수가 2 개뿐인 수를 골라라.

보기

㉠ 1

㉡ 33

㉢ 55

㉤ 149

㉥ 144

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 149 이다.

25. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 10 과 같다.

② 5 의 제곱이다.

③ 지수는 5 이다.

④ 밑은 2 이다.

⑤ 2^5 보다 크다.

해설

① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.

③ 지수는 2 이다.

④ 밑은 5 이다.

⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

26. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

27. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 83 은 소수이다.

② 모든 합성수는 약수가 2 개이다.

③ 1 은 소수이다.

④ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.

⑤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

② 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 소수가 아닌 자연수는 1 , 합성수이다.

28. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

29. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 24

⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

30. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a , b , c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$\vdots$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

31. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

32. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

33. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

34. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개) 이다.

35. $\frac{108}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3 ,$$

$\frac{108}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 은 3 이다.