1. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{14}{2^3 \times 7}$

④ $\frac{15}{2^2 \times 13}$ ⑤ $\frac{27}{2^2 \times 3^3}$

해설

기약분수로 나타낼 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

2. 다음 ㅁ 안에 알맞은 말을 써넣어라.

소수 중에서 유한소수와 [ ]는 유리수이고, 이 때 순환소수의 되풀이 되는 부분을 [ ]라 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 순환소수

▷ 정답 : 순환마디

해설

소수는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수는 순환소수와 순환하지않는 무한소수가 있다.
유한소수와 순환소수는 유리수이다.
순환소수의 되풀이 되는 부분을 순환마디라 한다.

3. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $0.363636\cdots = 0.\dot{3}\dot{6}$

② $2.456456\cdots = \dot{2}.456\dot{}$

③ $0.053053053\cdots = 0.\dot{0}5\dot{3}$

④ $1.2777\cdots = 1.2\dot{7}$

⑤ $0.342342342\cdots = 0.\dot{3}4\dot{2}$

해설

② $2.456456\cdots = 2.\dot{4}56\dot{}$

4. 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 <u>없는</u> 수를 고르면? (단, m, n 은 정수이고 $m \neq 0$)

① 3.14 ② -1 ③ π ④ 0 ⑤ 26

해설

$m \neq 0$, m, n 은 정수일 때, 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수를 말한다. 즉, 이런 꼴로 나타낼 수 없는 수는 유리수가 아니다.

① 유한소수이므로 유리수이다.

② 정수이므로 유리수이다.

③ 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수로, 분수로 나타낼 수 없다. 즉, 유리수가 아니다.

④ 정수이므로 유리수이다.

⑤ 자연수이므로 유리수이다.

5. A가 유한소수일 때, 다음 중 A에 해당하는 것은?

① $3.141592\cdots$

② $\dfrac{51}{180}$

③ $\dfrac{27}{2^2\times 3^2}$

④ $0.512512512\cdots$

⑤ $\dfrac{3}{56}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

③ $\dfrac{27}{2^2\times 3^2}=\dfrac{3}{2^2}$ (유한소수)

6. 유리수 $\frac{35}{200a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라. (단, a 는 두 자리 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{35}{200a} = \frac{7}{2^3 \times 5a}$$

분모가 2 또는 5 의 곱으로 이루어져 있으면 유한소수로 나타낼 수 있으므로 $a = 10$ 이다.

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $0.\dot{4}\dot{2} < 0.\dot{4}$ ② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{178}{99}$ ③ $0.\dot{6} > 0.\dot{6}\dot{0}$

④ $9.\dot{9} = 10$ ⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$

8. 순환소수 $0.\dot{7}$에 A를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 7 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 A는 9의 배수이어야 하므로 A의 값이 될 수 없는 것은 7이다.

9. 다음 중 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ $\frac{3}{40}$	㉡ $3.14159\cdots$	㉢ $\frac{7}{250}$
㉣ $\frac{24}{360}$	㉤ $\frac{3}{120}$	㉥ $\frac{21}{42}$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

2나 5의 소인수만으로 이뤄진 기약분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

㉡ $3.14159\cdots$ (무한소수)

㉢ $\frac{7}{250} = \frac{7}{2 \times 5^3}$ (유한소수)

㉣ $\frac{24}{360} = \frac{24}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{3 \times 5}$ (무한소수)

㉤ $\frac{3}{2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

㉥ $\frac{1}{2}$ (유한소수)

10. $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 무한소수가 되기 위해서는 분모에 $2, 5$ 이외의 소인수가 있어야 하는데, a 의 값이 될 수있는 가장 작은 자연수는 9 이다.

11. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

① $2.80\dot{3}$ ② $2.\dot{8}0\dot{3}$ ③ $2.80\dot{3}$ ④ $2.8\dot{3}$ ⑤ $2.\dot{8}\dot{3}$

해설

$17 \div 6 = 2.83333\cdots = 2.8\dot{3}$

12. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.\dot{9}) \times \dfrac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1 보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$(999.\dot{9} - 99.\dot{9}) = 1000 - 100 = 900$

$b = 900 \times \dfrac{13}{100 \times a} = \dfrac{9 \times 13}{a}$

$b = \dfrac{9 \times 13}{a}$ 은 1 보다 큰 자연수이므로

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3 이다.

$\therefore\ x - y = 36$

13. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $1 = 0.\dot{9}$ ② $1 = 0.\dot{9}\dot{0}$ ③ $0.9 = 0.8\dot{9}$

④ $1.9 = 1.8\dot{9}$ ⑤ $0.1 = 0.0\dot{9}$

해설

② $1 = 0.\dot{9}$

14. 순환소수 $0.2\dot{3}\dot{5}$ 를 분수로 고칠 때, 순환소수 $0.2\dot{3}\dot{5}$ 를 x 로 놓고 계산하고자 한다. 이때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$ ② $1000x - x$ ③ $100x - 10x$

④ $1000x - 100x$ ⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{rr} 1000x = & 235.3535\cdots \\ -) \quad 10x = & 2.3535\cdots \\ \hline 990x = & 233 \end{array}$$

따라서 ⑤ $1000x - 10x$ 이다.

15. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{900}$

② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{90}$

③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{99}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{90}$

⑤ $2.5\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

해설

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{999}$

② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{9}$

③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{90}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{99}$

⑤ $2.5\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

16. 자연수 x, y 에 대하여 $0.30\dot{x} = \dfrac{y}{330}$ 일 때, 이 조건을 만족시키는 x, y 에 대하여 $x \times y$ 의 값을 구하여라. (단, $xy < 500$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

$0.30\dot{x} = \dfrac{300 + x - 3}{990} = \dfrac{297 + x}{990}$

$\dfrac{y}{330} = \dfrac{y \times 3}{330 \times 3} = \dfrac{3y}{990}$

즉, $\dfrac{297 + x}{990} = \dfrac{3y}{990}$ 이므로 $297 + x = 3y$

이때, $3y$ 는 3 의 배수이므로 $297 + x$ 도 3 의 배수이어야 한다.

따라서, $0 < x \leq 9$ 인 정수이므로 $x = 3, 6, 9$ 이다.

$x = 3$ 일 때, $y = 100$

$x = 6$ 일 때, $y = 101$

$x = 9$ 일 때, $y = 102$

$\therefore x \times y = 300$ ($\because x \times y < 500$)

17. 어떤 자연수에 $1.\dot{5}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.5 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 바르게 계산한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$x \times 1.\dot{5} - x \times 1.5 = 0.5$

$x \times \left(\frac{14}{9} - \frac{15}{10}\right) = x \times \frac{1}{18} = 0.5$

$x = 9$

바르게 계산하면 $9 \times 1.\dot{5} = 9 \times \frac{14}{9} = 14$

18. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 하나는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}\dot{1}$ 이 되었고, 제니는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{99}$ ② $\frac{41}{99}$ ③ $\frac{42}{99}$ ④ $\frac{43}{99}$ ⑤ $\frac{47}{99}$

해설

하나 : $0.\dot{4}\dot{1} = \frac{41}{99}$,

제니 : $0.4\dot{7} = \frac{43}{90}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{제니가 본 분자})}{(\text{하나가 본 분모})} = \frac{43}{99} = A$ 이다.

19. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은? (단, $10 < a < 20$)

① 34 ② 43 ③ 48 ④ 55 ⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$a = 3^2 \times 2 = 18,\ b = 25$

$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$

20. 분수 $\frac{8}{7}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 소수점 아래 100번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 447

해설

$\frac{8}{7} = 1.\dot{1}42857\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$100 = 6\times16+4$이므로 $(1+4+2+8+5+7)\times16+(1+4+2+8) = 447$

21. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6 x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428\cdots$ 이고

$10^6 x = 571428.571428\cdots$ 이므로

$10^6 x - x = 571428$ 이다.

22. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

① 9 ② 16 ③ 24 ④ 28 ⑤ 31

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{24301}{99900}$ 이므로 $ab = 24$ 이다.

따라서 $24301 = abcde - 24$

$abcde = 24301 + 24$

$\therefore abcde = 24325$

$\therefore a + b + c + d + e = 16$

23. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}$, $\frac{9}{2} < A < 6$

$\therefore A = 5$

24. $x = \frac{k}{24}$ (단, x는 자연수가 아니고, k는 100 이하의 자연수) 일 때, x가 유한소수가 되기 위한 k의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3}$: 유한소수이려면 k 는 3 의 배수

따라서, $33 - 4 = 29$

25. 다음을 계산하여라.

$$0.\dot{1}+\frac{0.\dot{2}}{2}+\frac{0.\dot{3}}{3}+\frac{0.\dot{4}}{4}+\cdots+\frac{0.\dot{9}}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{9}\times\frac{1}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{1}{4}+\cdots+\frac{9}{9}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{9}$$

$$=\frac{1}{9}\times 9=1$$