

1. 세 점 A(1, 2), B(3, -2), C(-5, -1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③  $\angle A = 90^\circ$  인 직각삼각형

④  $\angle B = 90^\circ$  인 직각삼각형

⑤  $\angle C = 90^\circ$  인 직각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$  이므로  $\triangle ABC$  는  $\angle A = 90^\circ$  인 직각삼각형이다.

2. 점  $(4, 1)$  과 직선  $4x - 3y - 9 = 0$  사이의 거리를 구하면?

- ① 1                      ②  $\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{2}{5}$                       ④  $\frac{3}{5}$                       ⑤  $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면,  $\Rightarrow \frac{|4 \times 4 + 1 \times (-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

3. 원  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$  를  $x$  축에 대하여 대칭이동시켜 얻어진 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 = 4$

②  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

③  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$

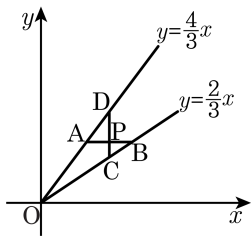
④  $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

⑤  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

해설

$x$  축에 대하여 대칭이동시켰으므로  
주어진 방정식에  $y$  대신  $-y$  를 대입하면  
 $(x+2)^2 + (-y-1)^2 = 4$   
 $\therefore (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

4. 직선  $y = \frac{4}{3}x$  와  $y = \frac{2}{3}x$  사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서  $x$  축,  $y$  축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A,B,C,D 라 하자. 이 때,  $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$  의 값은?



- ①  $\frac{1}{2}$   
 ②  $\frac{8}{9}$   
 ③  $\frac{9}{8}$   
 ④  $\frac{9}{2}$   
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

5.  $y$ 절편이 3이고, 직선  $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ①  $y = -2x + 3$       ②  $y = -\frac{1}{2}x - 3$       ③  $y = -x + 3$   
④  $y = \frac{1}{2}x - 3$       ⑤  $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

두 직선이 수직일 조건은  
가울기의 곱이  $-1$  일 때이다.  
 $2x + y - 1 = 0$ 에서  $y = -2x + 1$   
구하고자 하는 직선의 방정식을  
 $y = mx + 3$ 이라면

$$m \times (-2) = -1, \therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 3$$

6. 방정식  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$  이 원을 나타내도록 하는 실수  $k$  의 값의 범위는?

①  $k < 3$

②  $k > 3$

③  $0 < k < 3$

④  $k > 2$

⑤  $k < 2$

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + k + 10 = 0$  을 완전제곱식으로

나타내면  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 3 - k$

원이 되려면 반지름이 0 보다 커야 하므로

$\sqrt{3 - k} > 0, 3 - k > 0 \quad \therefore k < 3$

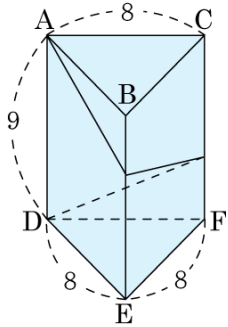
7. 점  $(2, 1)$ ,  $(4, -1)$  을 지나고,  $y$  축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10      ② 8      ③ 6      ④ 5      ⑤ 4

해설

중심의 좌표를  $(a, b)$  라 하면  
 $y$  축에 접하므로 반지름의 길이  $r$  는  
 $r = |a|$  이다.  
 $\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots\dots \textcircled{A}$   
 $\textcircled{A}$ 이 점  $(2, 1)$  을 지나므로  
 $(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$   
 $\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{B}$   
 $\textcircled{A}$ 이 점  $(4, -1)$  을 지나므로  
 $(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$   
 $b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{C}$   
 $\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C}$ 에서  $b^2 - 6b - 7 = 0$ ,  $(b+1)(b-7) = 0$   
 $\therefore b = -1, 7$   
이때,  $\textcircled{B}$ 에서  $b = -1$  이면  $a = 2$ ,  $b = 7$  이면  $a = 10$   
 $\therefore r = 2$  또는  $10$   
따라서 큰 원의 반지름의 길이는  $10$  이다.

8. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

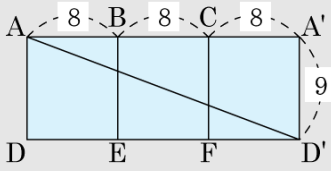


▶ 답 :

▷ 정답 :  $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



9. 수직선 위의 두 점 A,B에 대하여 선분 AB를  $m:n$ 으로 내분한 점을 C, 외분한 점을 D라 할 때,  $\frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} = \frac{\square}{\overline{AB}}$ 가 성립한다.  $\square$  안에 알맞은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

네 점의 좌표를 각각 A(0), B(b), C(c), D(d)라 하면

$$c = \frac{mb}{m+n}, d = \frac{mb}{m-n}$$

( $\because$  A의 좌표가 0)

$$\therefore \overline{AC} = c - 0 = \frac{mb}{m+n}$$

$$\overline{AD} = d - 0 = \frac{mb}{m-n}$$

$$\overline{AB} = b - 0 = b$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} &= \frac{m+n}{mb} + \frac{m-n}{mb} \\ &= \frac{2m}{mb} = \frac{2}{b} = \frac{2}{\overline{AB}} \end{aligned}$$

10. 이차함수  $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$  은  $k$  의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를  $P(a, b)$  라 할 때  $a + b$  의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$k$ 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2+x-2)k + (1-y) = 0$$

$k$ 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

$$\therefore x=-2, y=1$$

$$\therefore \text{구하는 점의 좌표는 } (-2, 1)$$

$$\therefore a=-2, b=+1$$

$$\therefore a+b=-1$$

11. 다음 두 직선 사이의 거리가  $\sqrt{10}$ 일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오.

$3x - y - 6 = 0 \text{ , } \quad 3x - y + k = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = 4$

해설

직선  $3x - y - 6 = 0$  위의 한 점  $(2, 0)$  에서 직선

$3x - y + k = 0$  까지의 거리가  $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 2 - 0 + k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|6 + k| = 10$$

따라서  $k = 4$  ( $\because k$ 는 양수)

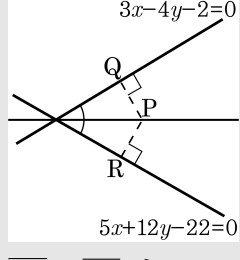
12. 두 직선  $3x-4y-2=0$ ,  $5x+12y-22=0$  이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이  $ax+by+c=0$  일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점  $P(X, Y)$  에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$  이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

13. 원  $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 16 = 0$  에 의하여 잘려지는  $x$ 축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x$  축을 지나는 점은  $y = 0$  이므로  
 $x^2 + 10x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x + 8) = 0$   
 $\Rightarrow x = -2, -8$   
 $\therefore x$  축 위의 교점 :  $(-8, 0), (-2, 0)$   
 $\therefore$  구하는 선분의 길이 : 6

14. 원  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$  위의 점  $(3, 0)$  에서의 접선의 방정식을 구하면  $ax + by = 3$  이 될 때,  $a - b$  의 값은?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $1$       ④  $3$       ⑤  $4$

해설

공식  $x_1x + y_1y - 4 \cdot \frac{(x_1 + x)}{2} - 6 \cdot \frac{(y_1 + y)}{2} + 3 = 0$ 에 의해  
 $3x + 0 - 2x - 6 - 3y + 3 = 0$   
 $\rightarrow x - 3y = 3$  이 된다.  
 $\therefore a = 1, \quad b = -3$

15. 직선  $5x + 12y + k = 0$  을 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 직선이 있다. 이 직선에서 점  $(1, 1)$  까지의 거리가 2 일 때, 상수  $k$  의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-34$

해설

직선  $5x + 12y + k = 0$  을 직선  $y = x$  에 대하여

대칭이동한 직선의 방정식은  $5y + 12x + k = 0$

즉,  $12x + 5y + k = 0$

이 직선과 점  $(1, 1)$  사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|12 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + k|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$$

$$\frac{|17 + k|}{13} = 2$$

$$|k + 17| = 26$$

$$k + 17 = \pm 26$$

$$\therefore k = 9 \text{ 또는 } k = -43$$

따라서, 구하는 상수  $k$  의 모든 값의 합은

$$9 + (-43) = -34$$