

1.  $\frac{5}{1+2i} = x+yi$  를 만족하는 실수  $x, y$  의 합을 구하여라.(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

2.  $x$ 에 대한 일차방정식  $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때,  $a$ 의 값은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든  $x$ 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근 : } a = 1$$

3.  $x$ 에 대한 이차방정식  $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수  $m$ 의 값은?

①  $-\frac{3}{2}, -2$

②  $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③  $-\frac{7}{2}, 2$

④  $-\frac{2}{7}, 2$

⑤  $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면 중근을 가질 조건은  $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

4. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$  만큼  $y$  축의 방향으로  $4$  만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서  $x = -3$  일 때, 최댓값은  $4$  이다.



5.  $-2 \leq x \leq 2$  에서 함수  $y = -x^2 + 4x + k$  의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14

② -12

③ -10

④ -8

⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$  이므로

$x = 2$  일 때  $y$  의 최댓값은  $k + 4$  이다.

따라서  $k + 4 = 6$  에서  $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$  에서  $y = -(x - 2)^2 + 6$  은  $x = -2$  일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

6. 연립방정식  $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

7. 연립부등식  $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$  을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \frac{x+2}{3} < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \leq 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

8. 연립부등식  $2x + 1 \geq x + 5 > -3x + 1$  의 해는?

①  $x \leq -4$

②  $x \leq -1$

③  $-1 \leq x \leq 4$

④  $x \geq 1$

⑤  $x \geq 4$

해설

$$2x + 1 \geq x + 5, x \geq 4$$

$$x + 5 > -3x + 1, x > -1$$

$$\therefore x \geq 4$$



9. 연립부등식  $-3 < \frac{x+a}{4} < 1$  의 해가  $-9 < x < b$  일 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$-3 < \frac{x+a}{4} < 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 < \frac{x+a}{4} \\ \frac{x+a}{4} < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -12 < x+a \\ x+a < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > -12-a \\ x < 4-a \end{cases}$$

$$-12-a < x < 4-a \text{ 이므로 } -12-a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

$$4-a = b \text{ 이므로 } 4 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 7$$

$$\text{따라서 } a+b = -3+7 = 4 \text{ 이다.}$$

10. 부등식  $|x-3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

①  $1 \leq x \leq 5$

②  $x \leq 1$  또는  $x \geq 5$

③  $-1 \leq x \leq 5$

④  $x \leq -1$  또는  $x \geq 5$

⑤  $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$ 에서  $x-3 \geq 2$  또는  $-(x-3) \geq 2 \therefore x \geq 5$  또는  $x \leq 1$

11.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수  $a$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을  $n, n + 1$ 이라 하면

$$\begin{cases} n + (n + 1) = a \cdots \cdots \textcircled{1} \\ n(n + 1) = a + 1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } n = \frac{a - 1}{2} \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$\frac{a - 1}{2} \left( \frac{a - 1}{2} + 1 \right) = a + 1$$

이것을 정리하면  $(a + 1)(a - 5) = 0$

$$a = -1, 5$$

$$\therefore -1 + 5 = 4$$

12. 이차방정식  $x^2 + 2(k-1)x + 3 - k = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 상수  $k$ 의 범위는?

①  $k \leq -1, k \geq 2$

②  $k \leq -1$

③  $2 \leq k < 3$

④  $1 < k < 3$

⑤  $k \leq -1, 2 \leq k < 3$

해설

㉠ 두 근이 실수가 되어야 하므로  $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) = k^2 - k - 2 \geq 0$$

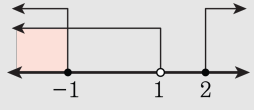
$$(k-2)(k+1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -1, k \geq 2 \dots \textcircled{㉡}$$

㉢ 둘 다 양수이려면 합  $> 0$  이고, 곱  $> 0$

$$-2(k-1) > 0, 3-k > 0 \dots \textcircled{㉣}$$

$$\therefore k < 1$$

$\Rightarrow$    $\therefore k \leq -1$



13. 이차함수  $y = -ax^2 + 4ax + 5$  의 최댓값이  $-3$  일 때, 상수  $a$  의 값은?

①  $-8$

②  $-4$

③  $-2$

④  $2$

⑤  $4$

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은  $4a + 5 = -3$  이므로  $a = -2$  이다.

14. 4차방정식  $x^4 + 2x^2 + 4x + 8 = 0$  을  $(x^2 + a)^2 - (2x + b)^2 = 0$  꼴로 변형한 후 네 근을 얻었다. 다음 중 네 근에 포함되는 것은?

①  $1 \pm \sqrt{3}i$

②  $1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

③  $-1 \pm \sqrt{3}i$

④  $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

⑤  $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$(x^2 + a)^2 - (2x + b)^2$$

$$= x^4 + (2a - 4)x^2 - 4bx + a^2 - b^2$$

이 식은 주어진 4차방정식과 같은 식이므로

$$2 = 2a - 4, 4 = -4b, 8 = a^2 - b^2$$

$$\therefore a = 3, b = -1$$

따라서 주어진 4차방정식은

다음과 같이 변형하면,

$$(x^2 + 3)^2 - (2x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore (x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3}i \text{ 또는 } x = -1 \pm i$$

15.  $x$ 의 삼차방정식  $x^3 + px^2 + qx - 105 = 0$ 의 세 근이 모두 2보다 큰 정수일 때,  $p + q$ 의 값을 구하면?

① 56      ② 21      ③ 10      ④ -10      ⑤ -21

해설

세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$  라 하면 근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \alpha\beta\gamma = 105$$

$$\text{마지막 식에서 } \alpha\beta\gamma = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$\therefore$  세 근은 3, 5, 7 이다.

$$\therefore p = -(3 + 5 + 7) = -15,$$

$$q = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 7 \cdot 3 = 15 + 35 + 21 = 71$$

$$\therefore p + q = 56$$

16. 방정식  $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$  의 한 근이  $1 + i$  일 때, 실수  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

실수 계수의 방정식에서  $1 + i$  가 근이면  $1 - i$  도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은  $x^2 - 2x + 2 = 0$  이다. 따라서  $x^3 - ax^2 + bx - 4$  는  $x^2 - 2x + 2$  로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면  $(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$  이다.  
 $\therefore b - 2a + 2 = 0$  과  $-8 + 2a = 0$  에서  $a = 4$ ,  $b = 6$  이다.  
 $\therefore a + b = 4 + 6 = 10$



17. 방정식  $x^3 = 1$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보 기

㉠  $(1 + \omega^2)^3 = -1$

㉡  $(1 + \omega)^{10} = \omega^2$

㉢ 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $(1 + \omega)^{3n} = (-1)^n$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x^3 = 1$ 의 한 허근이  $\omega$ 이므로

$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$

㉠  $\omega^2 + 1 = -\omega,$

$(\omega^2 + 1)^3 = (-\omega)^3 = -\omega^3 = -1(\bigcirc)$

㉡  $(1 + \omega)^{10} = (-\omega^2)^{10}$

$= \omega^{20} = (\omega^3)^6 \cdot \omega^2 = \omega^2(\bigcirc)$

㉢  $(-\omega^2)^{3n} = (-1)^{3n} \cdot (\omega^3)^{2n}$

$= (-1)^n \cdot 1^{2n} = (-1)^n$

$(\because (-1)^{3n} = ((-1)^3)^n = (-1)^n) (\bigcirc)$

$\therefore$  ㉠, ㉡, ㉢ 모두 참

18. 방정식  $x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 세 실근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$ 의 값을 구하면?

- ① 7      ② 11      ③ 15      ④ 19      ⑤ 21

해설

근과 계수와의 관계에 의해  
 $\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -3, \alpha\beta\gamma = -1$   
 $x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이므로  $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0$ 이다.  $x = 2$ 를 대입하면  $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma) = 2^3 - 2^2(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma = 2^3 + 2 \times 2^2 - 2 \times 3 + 1 = 8 + 8 - 6 + 1 = 11$

19. 부등식  $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수를 구하면?

- ① 4개      ② 5개      ③ 6개      ④ 7개      ⑤ 8개

해설

( i )  $x > 0$   
 $x^2 - 5x + 4 \leq 0$   
 $(x - 1)(x - 4) \leq 0$   
 $\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$   
( ii )  $x < 0$   
 $x^2 + 5x + 4 \leq 0$   
 $(x + 1)(x + 4) \leq 0$   
 $\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$   
 $\therefore$  정수의 개수 : 8개

20. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$  의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

- ① 0 개      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 4) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 4 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(x - 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3 개다.



21.  $x$ 에 대한 이차부등식  $a(2x^2 + 1) \leq (x - 1)^2$ 의 해가 없도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $0 < a < \frac{3}{2}$

③  $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$

⑤  $a < \frac{1}{2}$  또는  $a > \frac{3}{2}$

②  $a > \frac{3}{2}$

④  $a \geq \frac{3}{2}$

해설

$$a(2x^2 + 1) \leq (x - 1)^2 \text{에서}$$

$$2ax^2 + a \leq x^2 - 2x + 1,$$

$$(2a - 1)x^2 + 2x + a - 1 \leq 0 \text{이므로}$$

$$2a - 1 > 0 \text{일 때}$$

$$\text{즉 } a > \frac{1}{2} \text{일 때}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (2a - 1)(a - 1)$$

$$= 1 - (2a^2 - 3a + 1) = -2a^2 + 3a < 0 \text{이어야}$$

모든  $x$ 에 대하여 성립한다.

$$\text{즉 } a(2a - 3) > 0$$

$$a < 0 \text{ 또는 } a > \frac{3}{2} \text{인데}$$

$$a > \frac{1}{2} \text{이어야 하므로}$$

$$a > \frac{3}{2}$$

22.  $1 < x < 3$  에서  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 - ax + 4 = 0$  이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $a$  의 값의 범위가  $\alpha < a < \beta$  일 때,  $3\alpha\beta$  의 값을 구하여라.

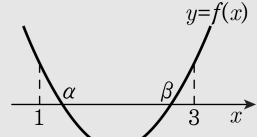
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$  라 하면

$1 < x < 3$  에서  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i )  $x^2 - ax + 4 = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면  
 $D = a^2 - 16 > 0$  에서  $(a + 4)(a - 4) > 0$   
 $\therefore a < -4$  또는  $a > 4$

( ii )  $f(1) = 5 - a > 0$  에서  $a < 5$   
 $f(3) = 13 - 3a > 0$  에서  $a < \frac{13}{3}$   
 $\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 대칭축이  
 $x = \frac{a}{2}$  이므로  $1 < \frac{a}{2} < 3$   
 $\therefore 2 < a < 6$

( i ), ( ii ), (iii) 에서  $a$  의 값의 범위는  $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서,  $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$  이므로  $3\alpha\beta = 52$

23. 이차방정식  $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근이 3보다 크고, 다른 한 근은 3보다 작을 때, 실수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a > -3$

②  $a > -1$

③  $a > 1$

④  $a < 1$

⑤  $a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면

방정식  $f(x) = 0$ 의 두근 사이에 3이 있으므로

$$f(3) = 9 - 3(a+1) - 3 < 0$$

$$-3a + 3 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

24. 복소수  $\alpha, \beta$  에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $\bar{\alpha}$  는  $\alpha$  의 켤레복소수이다.)

- ㉠  $\alpha + \bar{\alpha}$  는 실수이다.
- ㉡  $\alpha - \bar{\alpha}$  는 허수이다.
- ㉢  $\alpha^2$  이 실수이면  $\alpha$  도 실수이다.
- ㉤  $\overline{\alpha + \beta} = \bar{\alpha} + \bar{\beta}$  이고  $\overline{\alpha\beta} = \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$  이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉤
- ④ ㉠, ㉤
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

$\alpha = a + bi, \beta = c + di$  ( $a, b, c, d$  는 실수) 라 하면

㉠  $\alpha + \bar{\alpha} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$  (실수)

∴ 참

㉡  $\alpha$  가 실수이면  $\alpha = \bar{\alpha}$  이므로  $\alpha - \bar{\alpha} = 0$  이다.

따라서  $\alpha - \bar{\alpha}$  가 반드시 허수인 것은 아니다.

∴ 거짓

㉢  $i^2 = -1$  은 실수이지만  $i$  는 순허수이다.

∴ 거짓

㉤  $\overline{\alpha + \beta} = \overline{(a + c) + (b + d)i}$   
 $= (a + c) - (b + d)i$   
 $= (a - bi) + (c - di)$   
 $= \bar{\alpha} + \bar{\beta}$

$\overline{\alpha\beta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i}$   
 $= (ac - bd) - (ad + bc)i$   
 $= (a - bi)(c - di)$   
 $= \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$

∴ 참



25.  $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  에 대하여  $z^{2005} + \bar{z}^{2005}$  의 값을 구하면?

①  $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

②  $-1$

③  $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

④  $1$

⑤  $\sqrt{3}i$

해설

$$z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \bar{z} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$2z + 1 = \sqrt{3}i$  에서 양변을 제곱해서 정리하면

$$z^2 + z + 1 = 0, (z - 1)(z^2 + z + 1) = 0$$

$$\therefore z^3 = 1, \bar{z}^3 = 1$$

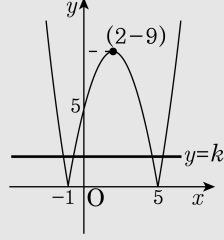
$$\begin{aligned} z^{2005} + \bar{z}^{2005} &= (z^3)^{668} \cdot z + (\bar{z}^3)^{668} \cdot \bar{z} \\ &= z + \bar{z} \\ &= -1 \end{aligned}$$

26.  $x$ 에 대한 방정식  $|x^2 - 4x - 5| = k$ 가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는?
- ①  $0 < k < 3$       ②  $0 < k < 5$       ③  $3 < k < 5$   
④  $1 < k < 4$       ⑤  $-2 < k < 5$

해설

방정식  $|x^2 - 4x - 5| = k$ 의 실근의 개수는 함수  $y = |x^2 - 4x - 5|$ 의 그래프와 직선  $y = k$ 의 교점의 개수와 같다.

$$y = |x^2 - 4x - 5| = |(x + 1)(x - 5)| = |(x - 2)^2 - 9|$$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는  $0 < k < 5$

27. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ **답 :** cm▶ 답 : cm

▶ 정답 : 12cm

▷ 정답 : 12cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각  $x$  cm,  $(24 - x)$  cm 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24 - x) \\ &= -x^2 + 24x \\ &= -(x - 12)^2 + 144 \end{aligned}$$

$x = 12$ 일 때, 최댓값 144를 갖는다.

$$\therefore x = 12, 24 - x = 12$$

따라서 가로와 세로의 길이는 각각 12cm이다.

28. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를  $x$  라고 놓자.

10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는  $10x$  이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는  $11x$  이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면  $10x < 150 < 11x$  이다.

이를 연립부등식으로 표현하면  $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$  이고, 간단히 하

[illegible]

$\frac{150}{11} = 13.6363 \dots$  이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.



29. 부등식  $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 를 만족하는  $x$ 가 오직 1개이기 위한 양수  $a$ 가 존재하는 구간은?

①  $1 < a < 3$

②  $2 < a < 5$

③  $3 < a < 6$

④  $4 < a < 7$

⑤  $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2 + ax + a + 3 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

$$\therefore D = a^2 - 4(a + 3)$$

$$= a^2 - 4a - 12$$

$$= (a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

30. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $(k-1)x^2 + 2(k-1)x + 1 > 0$ 이 항상 성립할 때,  $k$ 의 범위를 구하면?

- ①  $k < 1, k > 2$       ②  $1 < k < 2$       ③  $-2 \leq k \leq 2$   
④  $k \leq 1, k > 2$       ⑤  $1 \leq k < 2$

해설

i)  $k \neq 1$  일 때, 주어진 부등식이 성립하려면

판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (k-1)^2 - (k-1) < 0$$

$$\Rightarrow (k-1)(k-2) < 0$$

$$\Rightarrow 1 < k < 2$$

ii)  $k = 1 \Rightarrow 1 > 0$  성립

$\therefore k$ 의 범위 :  $1 \leq k < 2$

31.  $x$ 에 대한 이차방정식  $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha+\beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은  $ax^2-bx+c=0$ 이 된다. 이 때,  $\alpha^3+\beta^3$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$ax^2+bx+c=0$  두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로,

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

$ax^2-bx+c=0$ 의 두 근이  $\alpha+\beta, \alpha\beta$ 이므로

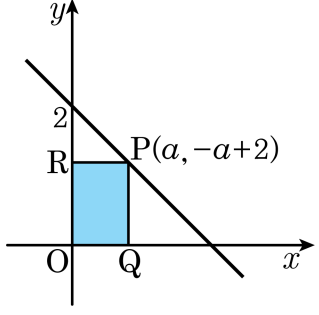
$$\begin{cases} \text{두근의 합} : -\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{-b+c}{a}=\frac{b}{a} \\ \text{두근의 곱} : -\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{a}=\frac{c}{a} \end{cases}$$

$$2b=c, a=-b, c=-2a$$

$$\alpha+\beta=-\frac{(-a)}{a}=1, \alpha\beta=\frac{-2a}{a}=-2$$

$$\begin{aligned} \alpha^3+\beta^3 &= (\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta) \\ &= 1^3-3\cdot(-2)\cdot 1=1+6=7 \end{aligned}$$

32. 다음 그림과 같이 직선  $y = -x + 2$  위의 점 P에서  $x$  축과  $y$  축에 내린 수선의 발은 각각 Q, R 이고, 점 P의 좌표는  $(a, -a + 2)$ , 직사각형 OQPR의 넓이를  $y$ 라 할 때,  $y$ 의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 P의 좌표는  $(a, -a + 2)$  이고 넓이는  $y$  이므로

$$y = a(-a + 2) = -a^2 + 2a$$

$$= -(a^2 - 2a + 1) + 1$$

$$= -(a - 1)^2 + 1$$

따라서  $y$ 의 최댓값은 1이다.



33. 방정식  $x^3 = 1$ 의 한 허근을  $\alpha$ , 방정식  $x^3 = 2$ 의 한 허근을  $\beta$ 라고 할 때,  $x^3 - 2 = (x - \beta)(x - \alpha\beta)p(x)$ 를 만족시키는 다항식  $p(x)$ 에 대하여  $p(\alpha^5\beta)$ 의 값은?

- ①  $\alpha$       ②  $\alpha\beta$       ③  $\alpha^2$       ④ 0      ⑤ 1

해설

$\beta^3 = 2, (\alpha\beta)^3 = \alpha^3\beta^3 = 2,$   
 $(\alpha^2\beta)^3 = (\alpha^3)^2 \cdot \beta^3 = 2$ 이므로  
방정식  $x^3 = 2$ 의 근은  $\beta, \alpha\beta, \alpha^2\beta$ 이다.  
따라서  $x^3 - 2 = (x - \beta)(x - \alpha\beta)(x - \alpha^2\beta)$   
 $\therefore p(x) = x - \alpha^2\beta$   
 $\therefore p(\alpha^5\beta) = \alpha^5\beta - \alpha^2\beta$   
 $= \alpha^3 \cdot \alpha^2\beta - \alpha^2\beta$   
 $= \alpha^2\beta - \alpha^2\beta$   
 $= 0$