

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$ ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$

③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$

④ $3x^2 - x = 0$

⑤ $(x - 1)(x - 2) = x - 5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$

$2x - 6 = 0$: 일차방정식

2. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

3. 이차방정식 $x(x-2)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=2$

② $x=0$ 또는 $x=2$

③ $x=1$ 또는 $x=-2$

④ $x=1$ 또는 $x=2$

⑤ $x=0$ 또는 $x=-2$

해설

$$x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

4. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

5. 이차방정식 $3x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 해가 $\frac{B \pm \sqrt{C}}{A}$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

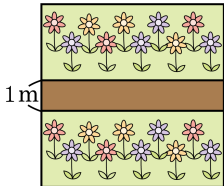
해설

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$A = 6, B = -7, C = 37$ 이므로

$$\therefore A + B + C = 36$$

6. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m^2 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

7. 이차방정식 $ax^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 1 일 때, a 의 값과 또 다른 근과의 곱을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $a - 1 - 1 = 0 \therefore a = 2$

따라서 주어진 식은 $2x^2 - x - 1 = 0$

$$(2x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

8. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$3x^2 - 5x + a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

9. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때,
 $a - b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - ax + 3 = 0, x^2 + 2x - b = 0 \text{ 에}$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$a = 4, b = 3$$

$$\therefore a - b = 1$$

10. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서 $k = 5$ 또는 $k = -1$ 이다.

11. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.

㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$

따라서 $x = 1$ (중근) 이다.

㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

12. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

13. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 3초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

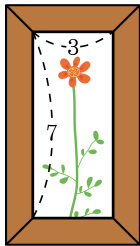
$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

14. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

$$(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$$

$$4(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.
정수 n 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2x^2 - 7x + 2 = 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2$$

$$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) = -2 + \frac{49}{8}$$

$$2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$x = \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore m = \frac{7 + \sqrt{33}}{4}$$

$$5 < \sqrt{33} < 6$$

$$\frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25$$

$$3 < m < 4$$

$$\therefore n = 3$$

16. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는
근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

18. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

19. 이차방정식 $\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0 \text{ 에서}$$

$(a-3)x^2 + 2ax + 2a + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (a-3)(2a+4) > 0$$

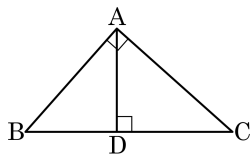
$$a^2 - 2a - 12 < 0$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 1 + \sqrt{13} \text{ (단, } a \neq 3 \text{)}$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 3 \text{ 또는 } 3 < a < 1 + \sqrt{13}$$

이때 정수 a 의 최솟값은 $1 - \sqrt{13} < -2$ 이므로 $a = -2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이다. 선분 AD 의 길이는 6cm, 선분 BD 의 길이는 4cm 이고, 선분 AB 의 길이와 선분 DC 의 길이는 같다고 한다. 선분 AC 의 길이가 선분 DC 의 길이보다 1cm 더 길 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = x$ cm 라고 하면 $\overline{AC} = x + 1$

$$\frac{1}{2}x(x+1) = \frac{1}{2} \times 6(x+4)$$

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x-8)(x+3) = 0$$

$$x = 8 \quad (\because x > 0)$$