

1. 이차방정식 $(3x-4)^2-2(x-3)^2=0$ 을 x^2 의 계수가 7인 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(3x-4)^2-2(x-3)^2 &= 0 \\ 9x^2-24x+16-2x^2+12x-18 &= 0 \\ 7x^2-12x-2 &= 0 \\ a=7, b=-12, c=-2 \\ \therefore ac-b &= -14+12 = -2\end{aligned}$$

2. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $(x+1)(x-3)=0$

㉡ x^2-2x+3

㉢ $x(2-x)=1-2x^2$

㉣ $4x-6=0$

㉤ $a^2-2a=3$

㉥ $x(x-1)=x^2$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

- ㉠ 정리하면 $x^2-2x-3=0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉡ x 에 대한 이차식이다.
- ㉢ 정리하면 $x^2+2x-1=0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉣ x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉤ a 에 대한 이차방정식이다.
- ㉥ 정리하면 $-x=0$: x 에 대한 일차방정식이다.

3. 이차방정식 $3(x+1)(x-2) = -x^2 - x + 2$ 을 $ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$3(x+1)(x-2) = -x^2 - x + 2 \text{ 에서}$$

$$3(x^2 - x - 2) = -x^2 - x + 2$$

$$\therefore 4x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$2x^2 - x - 4 = 0$$

따라서 $a = 2, b = -1$ 이다.

4. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $x^2 = x^2 - 2x$

② $4x^2 = 2(x - 1)^2 + 5$

③ $x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^3 - 2x^2$

④ $x^2 + 1 = (x + 1)(x - 1)$

⑤ $x^2 - 5x = x(x + 7)$

해설

② $4x^2 - 2(x - 1)^2 - 5 = 2x^2 + 4x - 7 = 0$

5. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $3x^2 = 1$

② $4(x+1)(x-2) = 4$

③ $x(x-1)(x+3) = 4x$

④ $(x+4)(x-2) = 5x+7$

⑤ $x^3 - 4x + 6 = x^3 + x^2 - 1$

해설

$x(x-1)(x+3) = 4x$ 에서 x^3 이 존재하므로 이차방정식이 아니다.

6. 이차방정식 $3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = -5$

해설

$3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 에서
 $3(x^2 - 2x + 1) - 2x = x^2 + 2$
 $\therefore 2x^2 - 8x + 1 = 0$
따라서 $a = 2, b = -8, c = 1$ 이므로
 $a + b + c = 2 + (-8) + 1 = -5$

7. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

8. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2 + 3x - 4 = 0$

② $4x^2 - 2x + 1 = x^2 - 5$

③ $3x^2 - x + 2 = 2x^2 - 7x$

④ $\frac{1}{5}x^2 - 3 = 5$

⑤ $2x^2 - 1 = (x - 1)(2x + 3)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

⑤ $2x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$, $x - 2 = 0$: 일차방정식

9. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2 + 2x = x(x - 1)$

② $x^2 - 3x = (x + 1)(x - 1)$

③ $x(x^2 + 1) = x^2 - 2$

④ $(2x + 1)(3x - 4) = 6x^2$

⑤ $(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$

해설

$$(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$$

$$x^2 + x - 6 = 3 - 2x - x^2$$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 9 = 0$$

10. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

11. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.

12. 다음은 이차방정식과 해를 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은?

① $(x-1)(x-2) = 3$, $x = 1$ 또는 $x = 2$

② $(x-2)(x-3) = 0$, $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x^2 + 4x = -4$, $x = -2$

④ $(x-1)^2 = 9$, $x = -2$ 또는 $x = 4$

⑤ $x^2 = 16$, $x = \pm 4$

해설

① $x^2 - 3x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

13. 다음 중 $x = -3$ 이 해가 되는 이차방정식은? (정답 2 개)

① $x(x+2) = 0$

② $x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $x^2 + 5x + 6 = 0$

④ $2x^2 - x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

② $(x-1)(x+3) = 0$

③ $(x+2)(x+3) = 0$

14. 다음 보기의 이차방정식 중 $x = 2$ 가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x + 1)(x - 2) = 0$

㉡ $x^2 - x - 6 = 0$

㉢ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

㉣ $(x - 1)^2 - 4 = 0$

㉤ $x^2 - 3x = 0$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x = 2$ 를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉣의 2개이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 5 = 0$ 의 해는?

① $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

② $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

③ $x = \pm \sqrt{5}$

④ $x = \pm \frac{5}{2}$

⑤ $x = \pm 5$

해설

$$x^2 - 5 = 0, x^2 = 5$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{5}$$

16. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

17. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

18. x 가 -2, -1, 0, 1, 2 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에서

$x = -2$ 를 대입하면

$2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 20 \neq 0$

$x = -1$ 을 대입하면

$2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 9 \neq 0$

$x = 0$ 을 대입하면 $2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$

$x = 1$ 을 대입하면 $2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -1 \neq 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$

19. $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, b 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -5$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 일 때, A 의 값은?

- ① -15 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+5) &= 0 \\ x^2 + 2x - 15 &= 0 \\ \therefore A &= -15\end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

22. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

23. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$$

$$8 - 22 + a = 0$$

$$\therefore a = 14$$

24. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

25. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

26. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

27. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$