

1. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a + 1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

2. 810의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1 + 1)(4 + 1)(1 + 1) = (1 + 1)(x + 1)(1 + 1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

3. 자연수 135 의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n + m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$135 = 3^3 \times 5$
(약수의 개수) $= 4 \times 2 = 8$ (개)
 $(1 + 1) \times (n + 1) \times (m + 1) = 8$, $n = 1, m = 1$
그러므로 $n + m = 1 + 1 = 2$

4. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. $(x \text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다.
그러므로 3 이다.

5. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

6. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

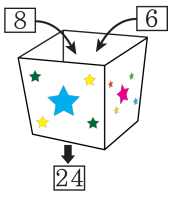
해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

7. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 장의 수 카드를 넣으면 두 수의 최소공배수가 적힌 카드가 한 장 나온다고 한다. 경희, 해진, 민호가 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 큰 수가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



경희 : 14, 16
해진 : 12, 20
민호 : 15, 18

▶ 답 :

▷ 정답 : 경희

해설

경희)

$$\begin{array}{r} 2) 14 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 16 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 8 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 4 \\ 2 \end{array}$$

$$14 = 2 \times 7$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2^4 \times 7 = 112$$

해진)

$$\begin{array}{r} 2) 12 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 20 \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 6 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 10 \\ 5 \end{array}$$

$$14 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

민호)

$$\begin{array}{r} 2) 15 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 18 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 9 \\ 3 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

8. 세 수 140, 28, 100 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7$

② $2^2 \times 5^2$

③ $2 \times 5 \times 7^2$

④ $2^3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7$

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $28 = 2^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 이다.

9. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

- ① 4 ② 48 ③ 96 ④ 288 ⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

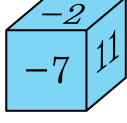
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \quad \therefore 32 = 2^5 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

10. 다음 그림의 정육면체에서 마주 보는 면에 있는 두 정수의 합은 0이다. 이때, 보이지 않는 세 면에 있는 수의 곱을 A, 합을 B 라 할 때, $A \div B$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

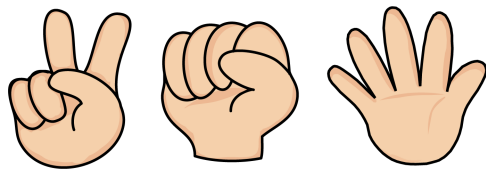
마주 보는 두 면의 수의 합은 0이므로 -2와 마주 보는 면의 수는 2, 11과 마주 보는 면의 수는 -11, -7과 마주 보는 면의 수는 7이다.

따라서, $A = 2 \times (-11) \times 7 = -154$,

$B = 2 + (-11) + 7 = -2$

$\therefore A \div B = (-154) \div (-2) = 77$

11. 민지와 효선이 가위바위보를 하여 계단 오르기 놀이를 하고 있다.



가위바위보를 해서 이기면 2칸 위로 올라가고 지면 1칸 아래로 내려가기로 하였다. 또 비기면 1칸 위로 두 사람이 모두 올라가기로 하였다. 만약 민지가 4번 이기고 3번 비기고 2번 졌을 때, 민지는 처음 위치에서 얼마나 올라갔는지 구하여라.

▶ **답:** 칸

▶ 정답 : 9칸

해설

$$\begin{aligned} & 4 \times (+2) + 3 \times (+1) + 2 \times (-1) \\ &= (+8) + (+3) + (-2) \\ &= (+11) + (-2) \\ &= +9 \end{aligned}$$

따라서 민지는 처음 위치보다 9칸 위로 올라간다.

12. 아래 표는 우리나라 각 지역의 겨울 어느 날의 최고기온과 최저기온을 나타낸 것이다. 기온차이가 가장 큰 지역은?

기온 \ 지역	서울	부산	대구	대관령	제천
최고기온(℃)	-1	3.3	2	-4.4	-2.2
최저기온(℃)	-8.8	-4.6	-5	-15.9	-14.6

- ① 서울
- ② 부산
- ③ 대구
- ④ 대관령
- ⑤ 제천

해설

서울 : $-1 - (-8.8) = 7.8$
부산 : $3.3 - (-4.6) = 7.9$
대구 : $2 - (-5) = 7$
대관령 : $-4.4 - (-15.9) = 11.5$
제천 : $-2.2 - (-14.6) = 12.4$

13. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \quad 5 \quad 4} \\ \underline{3 \quad 5 \quad 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

14. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는
수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

15. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

4, 5, 6으로 나누면 항상 1이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 4, 5, 6의 공배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 60의 배수 중 가장 작은 수는 60이다.

따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

16. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 6$, $|b| = 7$ 이고 $a \times b < 0$ 일 때, 가능한 $a - b$ 중 가장 작은 것을 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -13

해설

$|a| = 6$ 에서 $a = 6$ 또는 $a = -6$ 이고, $|b| = 7$ 에서 $b = 7$ 또는 $b = -7$ 이다.

$a \times b < 0$ 이므로 a 와 b 는 서로 반대 부호이다. 따라서 $a = 6$, $b = -7$ 또는 $a = -6$, $b = 7$ 이다.

(i) $a = 6$, $b = -7$ 일 때

$$a - b = 6 - (-7) = 6 + 7 = 13$$

(ii) $a = -6$, $b = 7$ 일 때

$$a - b = -6 - 7 = -13$$

17. 두 정수 a, b 를 수직선 위에 나타내면 두 수 사이의 거리는 12 이고 $|a| = 3|b|$ 일 때, 가능한 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

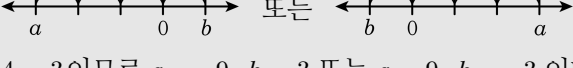
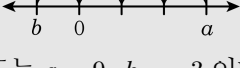
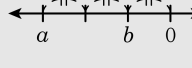
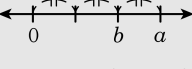
▷ 정답 : $(-9, 3)$

▷ 정답 : $(9, -3)$

▷ 정답 : $(-18, -6)$

▷ 정답 : $(18, 6)$

해설

(i) $a < 0, b > 0$ 또는 $a > 0, b < 0$ 일 때,
 또는  이다. $12 \div 4 = 3$ 이므로 $a = -9, b = 3$ 또는 $a = 9, b = -3$ 이다.
(ii) $a < 0, b < 0$ 또는 $a > 0, b > 0$ 일 때,  또
는  이다. $12 \div 2 = 6$ 이므로 $a = -18, b = -6$
또는 $a = 18, b = 6$ 이다.

18. x 의 절댓값이 5, y 의 절댓값이 3일 때, $x-y$ 가 될 수 있는 가장 작은 수와 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 가장 작은 수: -8

▷ 정답 : 가장 큰 수: +8

해설

$x = -5$ 또는 $x = +5$
 $y = -3$ 또는 $y = +3$
 $x-y$ 가 가장 작은 수일 때 :
 x 는 음수, y 는 양수
 $(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = -8$
 $x-y$ 가 가장 큰 수일 때 :
 x 는 양수, y 는 음수
 $(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = +8$