1. $x = 5^{27} + 1,\ y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24 자리의 수　② 25 자리의 수　③ 26 자리의 수

④ 27 자리의 수　⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{4^3} = \dfrac{1}{64}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \dfrac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{3^4} = \dfrac{1}{81}$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{1}{900}$

3. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3\times3\times3\times3=3^4$

② $5\times5\times5=5^3$

③ $3\times3\times5\times5\times7=3^2\times5^2\times7$

④ $3+3+3+3=3^4$

⑤ $\dfrac{2\times2\times2}{3\times3\times3}=\dfrac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3+3+3+3=4\times3$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 정수는 무한히 많다.

② -1 와 $+4$ 사이에는 5 개의 정수가 있다.

③ -2 와 $+3$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.

④ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수로 모두 나타낼 수 있다.

⑤ 자연수는 무한히 많지 않다.

해설

② -1 과 $+4$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
⑤ 자연수는 무한히 많다.

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 0은 정수이다.

② −5 와 +3 사이에는 6 개의 정수가 있다.

③ 음의 유리수, 0, 양의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

④ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수로 모두 나타낼 수 있다.

⑤ 정수는 유리수이다.

해설

② −5 와 +3 사이에는 −4 , −3 , −2 , −1 , 0 , 1 , 2 의 7 개의 정수가 있다.

6. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 0 과 1 사이에는 유리수가 존재하지 않는다.
>
> ㉡ 모든 정수는 유리수이다.
>
> ㉢ 유리수는 양의 유리수와 음의 유리수로 분류된다.
>
> ㉣ 분자가 정수이고 분모가 0 이 아닌 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 한다.
>
> ㉤ 두 유리수 사이에는 또 다른 유리수가 존재한다.

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉠,㉣ ④ ㉡,㉢ ⑤ ㉡,㉣

해설

㉢ 유리수에는 양의 유리수, 음의 유리수와 0 이 있다.

7. 다음 두 식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$\lvert x\rvert < 2, \quad -2 \le x < 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

$|x| < 2$을 만족하는 정수는 $-1,\ 0,\ 1$이고,
$-2 \le x < 4$을 만족하는 정수는 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$이므로
두 식을 모두 만족하는 정수는 $-1,\ 0,\ 1$이다.

8. $3 < \left|\frac{x}{2}\right| \leq 5$을 만족하는 정수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$3 < \left|\frac{x}{2}\right| \leq 5$, $6 < |x| \leq 10$이므로

정수 x는 -10, -9, -8, -7, 7, 8, 9, 10이다.

9. 두 유리수 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 유리수 중에서 분모가 3 인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$\frac{2}{3} < 1$, $3 < \frac{7}{2} < 4$ 이므로

$\frac{2}{3}$ 과 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 분모가 3 인 기약분수는

$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{10}{3}$ 의 5 개이다.

10. $\dfrac{\dfrac{(-2)^2}{4}}{1-\dfrac{1}{3^2}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{9}{8}$

해설

$\dfrac{(-2)^2}{4}=\dfrac{4}{4}$, $1-\dfrac{1}{3^2}=1-\dfrac{1}{9}=\dfrac{8}{9}$

$\dfrac{\dfrac{(-2)^2}{4}}{1-\dfrac{1}{3^2}}=\dfrac{\dfrac{4}{4}}{\dfrac{8}{9}}=\dfrac{4}{4}\div\dfrac{8}{9}=\dfrac{4}{4}\times\dfrac{9}{8}=\dfrac{9}{8}$

11. 다음 계산 과정에서 ( ) 안에 알맞은 수를 순서대로 써넣어라.

$$
\begin{aligned}
&100+48-\left[\left\{(-3^2\times 2^2)+2^3\div(-4)\right\}+21\div(-7)\right]\\
&=100+48-\left[\left\{(\ \text{㉠}\ )+2^3\div(-4)\right\}+21\div(-7)\right]\\
&=100+48-\left[\left\{(\ \text{㉠}\ )+(\ \text{㉡}\ )\right\}+21\div(-7)\right]\\
&=100+48-\left[(\ \text{㉢}\ )+(\ \text{㉣}\ )\right]\\
&=100+48-(\ \text{㉤}\ )\\
&=(\ \text{㉥}\ )
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ -36

▷ 정답 : ㉡ -2

▷ 정답 : ㉢ -38

▷ 정답 : ㉣ -3

▷ 정답 : ㉤ -41

▷ 정답 : ㉥ 189

해설

$$
\begin{aligned}
&100+48-\left[\left\{(-3^2\times 2^2)+2^3\div(-4)\right\}+21\div(-7)\right]\\
&=100+48-\left[\left\{(-36)+2^3\div(-4)\right\}+21\div(-7)\right]\\
&=100+48-\left[\left\{(-36)+(-2)\right\}+21\div(-7)\right]\\
&=100+48-\left[(-38)+(-3)\right]\\
&=100+48-(-41)\\
&=189
\end{aligned}
$$

12. $A = 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 16 + (-5^2)$, $B = -5 - 6^2 \div \frac{12}{7} \div 21 - (-5)$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -15

해설

$$\begin{aligned} A &= 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 16 + (-5^2) \\ &= 9 - \left(-\frac{1}{8}\right) \times 16 - 25 \\ &= 9 + 2 - 25 = -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -5 - 6^2 \div \frac{12}{7} \div 21 - (-5) \\ &= -5 - 36 \times \frac{7}{12} \times \frac{1}{21} + (+5) \\ &= -5 - 1 + 5 = -1 \end{aligned}$$

$\therefore A + B = (-14) + (-1) = -15$

13. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a+b<0$, $a\times b>0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a<0,\ b<0$ ② $a>0,\ b<0$ ③ $a<0,\ b>0$

④ $a>0,\ b>0$ ⑤ $a<0,\ b=0$

해설

$a\times b>0$ 이므로 a , b 의 부호가 같고 $a+b<0$ 이므로 $a<0$, $b<0$

14. 세 수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{b} < 0$, $-\frac{b}{c} > 0$, $a \times c > 0$ 일 때, 다음 중 항상 양수인 것은? (단, $a > 0$)

① b ② $-a$ ③ $-c$ ④ $b \times c$ ⑤ $a + c$

해설

$a \times c > 0$ 에서 a와 c 가 부호가 같고, $\frac{a}{b} < 0$ 이면 a와 b 가 부호가 다르며, $-\frac{b}{c} > 0$ 에서 b 와 c 가 부호가 다름을 알 수 있다.
따라서, $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이다. 항상 양수는 $a + c$ 입니다.

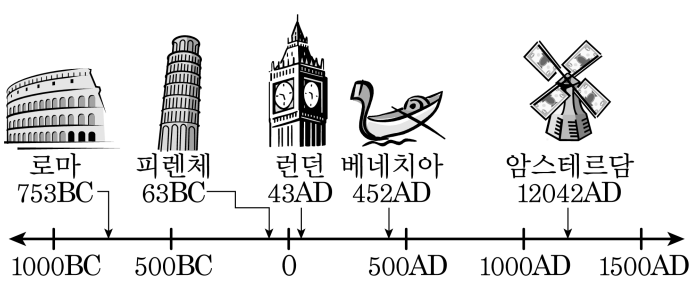
15. 수 a, b, c 에 대하여 $a < b$, $\frac{a}{c} > 0$, $\frac{b}{c} < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a + c < 0$
② $b \times c - a \times c > 0$
③ $a^2 + b^2 + c^2 > 0$
④ $(a - b) \times (b - c) < 0$
⑤ $a^3 + c^3 < 0$

해설

a 와 c 는 부호가 같고, b 와 c 는 부호가 반대, $a < b$ 이므로
$a < 0$, $b > 0$, $c < 0$
② $b \times c < 0$, $a \times c > 0$ 이므로 $b \times c - a \times c < 0$

16. 각 도시의 건설 시기가 표시된 다음 수직선을 보고, 로마는 암스테르담보다 몇 년 전에 세워졌는지 구하여라.



▶ 답 : 년전

▷ 정답 : 1957 년전

해설

753BC 를 −753 으로 나타내면 1204AD 는 +1204 로 나타낼 수 있다. 1204 − (−753) = 1957 이므로 로마는 암스테르담보다 1957 년 먼저 세워졌다.

17. $\frac{b}{a}$라는 식에서, a값이 될 수 있는 수는 10보다 작은 소수이며, b값이 될 수 있는 수는 $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$이다. 위 식의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{6}$

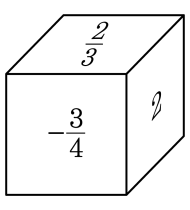
해설

$a \Rightarrow$ 10보다 작은 소수 $= 2, 3, 5, 7$

b의 값이 될 수 있는 수 중 음수가 $-\frac{1}{3}$ 뿐이고, a의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 수가 2 이므로,

따라서 $\frac{b}{a}$식의 값 중 가장 작은 수는 $-\frac{1}{3} \div 2 = -\frac{1}{6}$ 이다.

18. 다음 그림의 주사위에서 마주 보는 면에 있는 두 수의 합은 0이다. 이때, 보이지 않는 세 면에 있는 수의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\left(-\frac{2}{3}\right) \times (-2) \times \frac{3}{4} = 1$

19. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는
$24n + 5(n = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ 인 수이다.
$\therefore 5,\ 29,\ 53,\ 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

20. 400 이하의 어떤 자연수를 3, 4, 7 로 나누었을 때 그 나머지가 각각 2, 3, 6 이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

3, 4, 7 로 나누었을 때 그 나머지가 2, 3, 6 이 되는 수는 (3, 4, 7로 나누어 떨어지는 수) – 1 이다.
3, 4, 7 의 최소공배수는 84 이다.
400 이하의 자연수 중 $84-1=83$, $84\times2-1=167$, $84\times3-1=251$, $84\times4-1=335$ 까지 4 개이다.

21. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207 ② 208 ③ 209 ④ 210 ⑤ 211

해설

$5, 6, 7$ 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+2$ 는 $5, 6, 7$ 의 공배수이다.
$5, 6, 7$ 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.
따라서 $x+2=210$ 이므로 $x=208$ 이다.

22. $\frac{b}{a}$ 라는 식의 a와 b에 $-\frac{9}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4}$를 대입시켰을 때, 나올 수 있는 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{81}{4}$

해설

$\frac{b}{a}$ 식이 최댓값을 가지는 값은 같은 부호의 값을 a, b에 대입시켰을 때 나온다. 이 때 가질 수 있는 값은 $3, 9$ 이다.

$\frac{b}{a}$ 식이 최솟값을 가지는 값은 다른 부호의 값을 a, b에 대입시켰을 때 나온다. 이 때 가질 수 있는 값은 $-\frac{45}{4}, -\frac{15}{4} - \frac{12}{5}, -\frac{5}{4}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{12}, -\frac{4}{15}, -\frac{4}{45}$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a}$ 식의 최댓값과 최솟값의 차는

$9 - \left(-\frac{45}{4}\right) = \frac{81}{4}$ 이다.

23. 네 유리수 $\frac{2}{3}, -2, -1\frac{1}{3}, -\frac{7}{2}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들어진 수의 부호가 양수이어야
한다. 따라서, 양수 1개, 음수 2개를 뽑는다.
이때, 음수 2개는 절댓값이 큰 수 2개이다.

$M = \frac{2}{3} \times (-2) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{14}{3}$

최솟값이 되려면 음수 3개를 뽑는다.

$m = (-2) \times \left(-1\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{28}{3}$

$\therefore M - m = \frac{14}{3} - \left(-\frac{28}{3}\right) = \frac{42}{3} = 14$

24. 네 유리수 $-\frac{3}{2}$, $2\frac{2}{3}$, $\frac{7}{5}$, -6 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최댓값 : 24

▷ 정답: 최솟값 : $-\frac{112}{5}$

해설

$-6 < -\frac{3}{2} < \frac{7}{5} < 2\frac{2}{3}$

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들어진 수의 부호가 양수이어야 한다. 따라서, 음수 2 개, 양수 1 개를 뽑는다.

$\left(-\frac{3}{2}\right) \times (-6) \times \square$

$\square$에 들어갈 수는 양수 2 개 중 큰 수이다.

$\therefore \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-6) \times 2\frac{2}{3} = 24$

최솟값이 되려면 반대로 곱해서 만들어진 수의 부호가 음수이어야 한다.

따라서 양수 2 개, 음수 1 개를 뽑는다.

$2\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} \times \square$

$\square$에 들어갈 수는 음수 2 개 중 작은 수이다.

$\therefore 2\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} \times (-6) = -\frac{112}{5}$