

1. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24자리의 수

② 25자리의 수

③ 26자리의 수

④ 27자리의 수

⑤ 28자리의 수

해설

$$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26자리의 수이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

3. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 정수는 무한히 많다.
- ② -1 와 $+4$ 사이에는 5 개의 정수가 있다.
- ③ -2 와 $+3$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ④ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수로 모두 나타낼 수 있다.
- ⑤ 자연수는 무한히 많지 않다.

해설

- ② -1 과 $+4$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ⑤ 자연수는 무한히 많다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 0은 정수이다.

② -5 와 +3 사이에는 6 개의 정수가 있다.

③ 음의 유리수, 0, 양의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

④ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수로 모두 나타낼 수 있다.

⑤ 정수는 유리수이다.

해설

② -5 와 +3 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

6. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 0 과 1 사이에는 유리수가 존재하지 않는다.
- ㉡ 모든 정수는 유리수이다.
- ㉢ 유리수는 양의 유리수와 음의 유리수로 분류된다.
- ㉣ 분자가 정수이고 분모가 0 이 아닌 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 한다.
- ㉤ 두 유리수 사이에는 또 다른 유리수가 존재한다.

① ㉠,㉡

② ㉠,㉢

③ ㉠,㉣

④ ㉡,㉢

⑤ ㉡,㉣

해설

㉣ 유리수에는 양의 유리수, 음의 유리수와 0 이 있다.

7. 다음 두 식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$|x| < 2, \quad -2 \leq x < 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

$|x| < 2$ 을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1$ 이고,
 $-2 \leq x < 4$ 을 만족하는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이므로
두 식을 모두 만족하는 정수는 $-1, 0, 1$ 이다.

8. $3 < \left| \frac{x}{2} \right| \leq 5$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$3 < \left| \frac{x}{2} \right| \leq 5, 6 < |x| \leq 10$ 이므로

정수 x 는 $-10, -9, -8, -7, 7, 8, 9, 10$ 이다.

9. 두 유리수 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 유리수 중에서 분모가 3 인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

$\frac{2}{3} < 1$, $3 < \frac{7}{2} < 4$ 이므로

$\frac{2}{3}$ 과 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 분모가 3 인 기약분수는

$\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{10}{3}$ 의 5 개이다.

10. $\frac{(-2)^2}{1 - \frac{1}{3^2}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{8}$

해설

$$\frac{(-2)^2}{4} = \frac{4}{4}, \quad 1 - \frac{1}{3^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{\frac{(-2)^2}{4}}{1 - \frac{1}{3^2}} = \frac{\frac{4}{4}}{\frac{8}{9}} = \frac{4}{4} \div \frac{8}{9} = \frac{4}{4} \times \frac{9}{8} = \frac{9}{8}$$

11. 다음 계산 과정에서 () 안에 알맞은 수를 순서대로 써넣어라.

$$\begin{aligned} & 100 + 48 - [\{(-3^2 \times 2^2) + 2^3 \div (-4)\} + 21 \div (-7)] \\ & = 100 + 48 - [\{(\ominus) + 2^3 \div (-4)\} + 21 \div (-7)] \\ & = 100 + 48 - [\{(\ominus) + (\omin�)\} + 21 \div (-7)] \\ & = 100 + 48 - [(\omin�) + (\omin�)] \\ & = 100 + 48 - (\omin�) \\ & = (\omin�) \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ -36

▷ 정답 : ㉡ -2

▷ 정답 : ㉢ -38

▷ 정답 : ㉣ -3

▷ 정답 : ㉤ -41

▷ 정답 : ㉥ 189

해설

$$\begin{aligned} & 100 + 48 - [\{(-3^2 \times 2^2) + 2^3 \div (-4)\} + 21 \div (-7)] \\ & = 100 + 48 - [\{(-36) + 2^3 \div (-4)\} + 21 \div (-7)] \\ & = 100 + 48 - [\{(-36) + (-2)\} + 21 \div (-7)] \\ & = 100 + 48 - [(-38) + (-3)] \\ & = 100 + 48 - (-41) \\ & = 189 \end{aligned}$$

12. $A = 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 16 + (-5^2)$, $B = -5 - 6^2 \div \frac{12}{7} \div 21 - (-5)$ 일 때,
 $A + B$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -15

해설

$$\begin{aligned} A &= 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 16 + (-5^2) \\ &= 9 - \left(-\frac{1}{8}\right) \times 16 - 25 \\ &= 9 + 2 - 25 = -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -5 - 6^2 \div \frac{12}{7} \div 21 - (-5) \\ &= -5 - 36 \times \frac{7}{12} \times \frac{1}{21} + (+5) \\ &= -5 - 1 + 5 = -1 \end{aligned}$$

$$\therefore A + B = (-14) + (-1) = -15$$

13. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a + b < 0$, $a \times b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a < 0, b < 0$

② $a > 0, b < 0$

③ $a < 0, b > 0$

④ $a > 0, b > 0$

⑤ $a < 0, b = 0$

해설

$a \times b > 0$ 이므로 a, b 의 부호가 같고 $a + b < 0$ 이므로 $a < 0, b < 0$

14. 세 수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{b} < 0$, $-\frac{b}{c} > 0$, $a \times c > 0$ 일 때, 다음 중 항상 양수인 것은? (단, $a > 0$)

① b

② $-a$

③ $-c$

④ $b \times c$

⑤ $a + c$

해설

$a \times c > 0$ 에서 a 와 c 가 부호가 같고, $\frac{a}{b} < 0$ 이면 a 와 b 가 부호가

다르며, $-\frac{b}{c} > 0$ 에서 b 와 c 가 부호가 다름을 알 수 있다.

따라서, $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이다. 항상 양수는 $a + c$ 입니다.

15. 수 a, b, c 에 대하여 $a < b$, $\frac{a}{c} > 0$, $\frac{b}{c} < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a + c < 0$

② $b \times c - a \times c > 0$

③ $a^2 + b^2 + c^2 > 0$

④ $(a - b) \times (b - c) < 0$

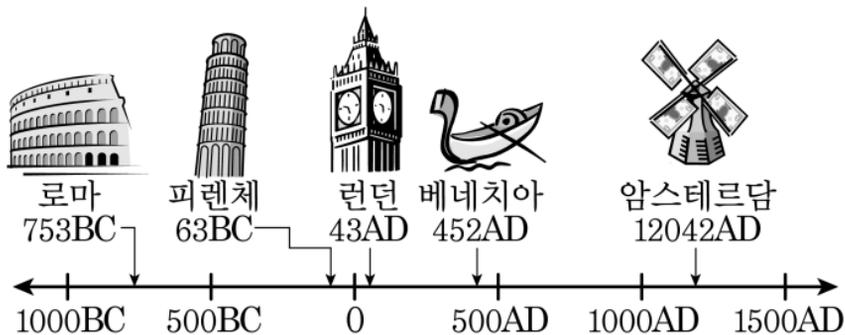
⑤ $a^3 + c^3 < 0$

해설

a 와 c 는 부호가 같고, b 와 c 는 부호가 반대, $a < b$ 이므로
 $a < 0, b > 0, c < 0$

② $b \times c < 0, a \times c > 0$ 이므로 $b \times c - a \times c < 0$

16. 각 도시의 건설 시기가 표시된 다음 수직선을 보고, 로마는 암스테르담보다 몇 년 전에 세워졌는지 구하여라.



▶ 답: 년전

▶ 정답: 1957년전

해설

753BC를 -753 으로 나타내면 1204AD는 $+1204$ 로 나타낼 수 있다. $1204 - (-753) = 1957$ 이므로 로마는 암스테르담보다 1957년 먼저 세워졌다.

17. $\frac{b}{a}$ 라는 식에서, a 값이 될 수 있는 수는 10보다 작은 소수이며, b 값이 될 수 있는 수는 $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}$ 이다. 위 식의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{1}{6}$

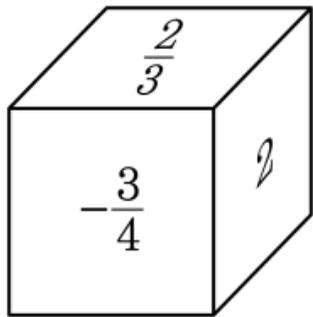
해설

$a \Rightarrow$ 10보다 작은 소수 = 2, 3, 5, 7

b 의 값이 될 수 있는 수 중 음수가 $-\frac{1}{3}$ 뿐이고, a 의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 수가 2 이므로,

따라서 $\frac{b}{a}$ 식의 값 중 가장 작은 수는 $-\frac{1}{3} \div 2 = -\frac{1}{6}$ 이다.

18. 다음 그림의 주사위에서 마주 보는 면에 있는 두 수의 합은 0이다. 이때, 보이지 않는 세 면에 있는 수의 곱을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times (-2) \times \frac{3}{4} = 1$$

19. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는

$24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.

$\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

21. 어떤 자연수를 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남고, 7로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207

② 208

③ 209

④ 210

⑤ 211

해설

5, 6, 7로 나누면 항상 2가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 2$ 는 5, 6, 7의 공배수이다.

5, 6, 7의 최소공배수는 210이므로 210의 배수 중 가장 작은 수는 210이다.

따라서 $x + 2 = 210$ 이므로 $x = 208$ 이다.

22. $\frac{b}{a}$ 라는 식의 a 와 b 에 $-\frac{9}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4}$ 를 대입시켰을 때, 나올 수 있는 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{81}{4}$

해설

$\frac{b}{a}$ 식이 최댓값을 가지는 값은 같은 부호의 값을 a, b 에 대입시켰을 때 나온다. 이 때 가질 수 있는 값은 3, 9이다.

$\frac{b}{a}$ 식이 최솟값을 가지는 값은 다른 부호의 값을 a, b 에 대입시켰을 때 나온다. 이 때 가질 수 있는 값은 $-\frac{45}{4}, -\frac{15}{4}, -\frac{12}{5}, -\frac{5}{4}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{12}, -\frac{4}{15}, -\frac{4}{45}$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a}$ 식의 최댓값과 최솟값의 차는

$$9 - \left(-\frac{45}{4}\right) = \frac{81}{4} \text{ 이다.}$$

23. 네 유리수 $\frac{2}{3}, -2, -1\frac{1}{3}, -\frac{7}{2}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들어진 수의 부호가 양수이어야

한다. 따라서, 양수 1개, 음수 2개를 뽑는다.

이때, 음수 2개는 절댓값이 큰 수 2개이다.

$$M = \frac{2}{3} \times (-2) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{14}{3}$$

최솟값이 되려면 음수 3개를 뽑는다.

$$m = (-2) \times \left(-1\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{28}{3}$$

$$\therefore M - m = \frac{14}{3} - \left(-\frac{28}{3}\right) = \frac{42}{3} = 14$$

24. 네 유리수 $-\frac{3}{2}$, $2\frac{2}{3}$, $\frac{7}{5}$, -6 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 : 24

▷ 정답 : 최솟값 : $-\frac{112}{5}$

해설

$$-6 < -\frac{3}{2} < \frac{7}{5} < 2\frac{2}{3}$$

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들어진 수의 부호가 양수이어야 한다. 따라서, 음수 2개, 양수 1개를 뽑는다.

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \times (-6) \times \square$$

\square 에 들어갈 수는 양수 2개 중 큰 수이다.

$$\therefore \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-6) \times 2\frac{2}{3} = 24$$

최솟값이 되려면 반대로 곱해서 만들어진 수의 부호가 음수이어야 한다.

따라서 양수 2개, 음수 1개를 뽑는다.

$$2\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} \times \square$$

\square 에 들어갈 수는 음수 2개 중 작은 수이다.

$$\therefore 2\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} \times (-6) = -\frac{112}{5}$$