

1. 두 집합 $A = \{1, 4, 7, 10, 11\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

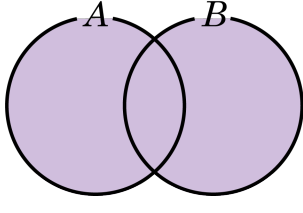
▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$A \cup B = \{1, 4, 7, 9, 10, 11, 12\}$ 이므로
원소의 합을 구하면 $1 + 4 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12 = 54$

2. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ?



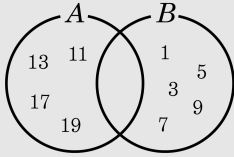
- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$
③ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 17\}$
④ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면

$$A = \{11, 13, 17, 19\}$$

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{a - 3, 4, 6\}$, $B = \{5, b + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 6\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로

$5 \in A$ 이므로 $a - 3 = 5 \quad \therefore a = 8$

$6 \in B$ 이므로 $b + 2 = 6 \quad \therefore b = 4$

$\therefore a - b = 8 - 4 = 4$

4. 세 집합 A, B, X 에 대하여 $X \cap (A \cup B) = X$ 일 때 다음 중 옳은 것은?

- ① $X \subset A$ ② $X \subset (A \cap B)$ ③ $X \subset (A \cup B)$
④ $(A \cup B) \subset X$ ⑤ $(A \cap B) \subset X$

해설

$X \cap (A \cup B) = X$ 는 $X \subset (A \cup B)$ 를 의미한다.

- ① $X \subset A$ 는 알 수 없다.
② $X \subset (A \cap B)$ 는 알 수 없다.
④ $(A \cup B) \subset X$ 는 알 수 없다.
⑤ $(A \cap B) \subset X$ 는 알 수 없다.

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $B \subset A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $B - A = \emptyset$

③ $A^C \subset B^C$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cap B^C = \emptyset$

해설

⑤ $A \cap B^C = A - B \neq \emptyset$ 이다.

6. 집합 B 와 서로소인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $A - B$

㉡ $A^c \cap B^c$

㉢ $A - (A - B)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 집합 A 에서 B 와 공통되는 원소를 모두 제거했기 때문에 $A - B$ 는 B 와 서로소 관계에 있다.

㉡ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로 원소들은 집합 A 와 B 에 공통되는 원소가 없다.
따라서 서로소 관계가 된다.

7. 다음 중 옳은 것은?

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap B = B \cup A$

③ $A \subset (A \cap B)$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $A \subset (A \cup B)$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cap A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $B \subset (B \cap A)$

② $B \subset A$

③ $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = A$

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A$

해설

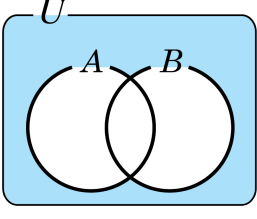
$B \cap A = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

③ $B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = B \cap A = B$ 이므로 옳지 않다.

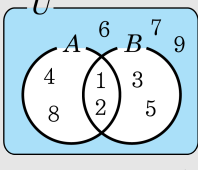
⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A \cap B = B$ 이므로 옳지 않다.

9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, 2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{6\}$ ② $\{5, 7\}$ ③ $\{5, 6, 7\}$
④ $\{6, 7, 8\}$ ⑤ $\{6, 7, 9\}$

해설



$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{6, 7, 9\}$ 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음을 간단히 하여라.

$$[(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

$$\begin{aligned} & [(A - B) \cap (B^c \cup A^c)] \cup [(A \cup B) \cap (B^c \cup A)] \\ &= [(A - B) \cap (B \cap A)^c] \cup [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] \\ &= [(A - B) - (A \cap B)] \cup [A \cup (B \cap B^c)] \\ &= (A - B) \cup A = A \end{aligned}$$

11. 어느 학급에서 경주, 부여, 제주에 가본 적이 있는 학생들의 집합을 각각 G, B, J 라고 하자. 이때 다음과 같은 학생들의 집합을 G, B, J 로 나타내면?

경주와 부여 두 곳을 모두 가본 적이 있거나 부여와 제주 두 곳을 모두 가본 적이 있다.

- ① $(B \cap G) \cup J$
- ② $B \cap (G \cup J)$
- ③ $B \cup (G \cap J)$
- ④ $(B \cup G) \cap J$
- ⑤ $G \cap (B \cup J)$

해설

$$(G \cap B) \cup (B \cap J) = (B \cap G) \cup (B \cap J)$$
$$= B \cap (G \cup J)$$

12. 자연수 k 의 양의 배수의 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18})$ 과 같은 집합은?

① A_3 ② A_6 ③ A_9 ④ A_{12} ⑤ A_{18}

해설

$A_6 = \{6, 12, 18, 24 \cdots\}$, $A_9 = \{9, 18, 27, 39 \cdots\}$, $A_{12} = \{12, 24, 36, 48 \cdots\}$, $A_{18} = \{18, 36, 54 \cdots\}$ 이므로 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18}) = A_6 \cap A_9 = A_{18}$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 12

④ 17

⑤ 22

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$,

$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

14. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x|x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$X \cap A = X \text{ 이므로 } X \subset A$$
$$X \cup (A \cap B) = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$
$$A \cap B = \{1, 5\}$$
$$\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$$

지함 $y \leq$ 지함 x 이 범범지

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5 를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

15. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$,
 $C = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$
 에 대하여 $C - (A \cap B)$ 로 알맞은 것은?

- ① { 5, 7, 11, 13, 17, 19}
- ② {1, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
- ③ {1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
- ④ {1, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19}
- ⑤ {1, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19}

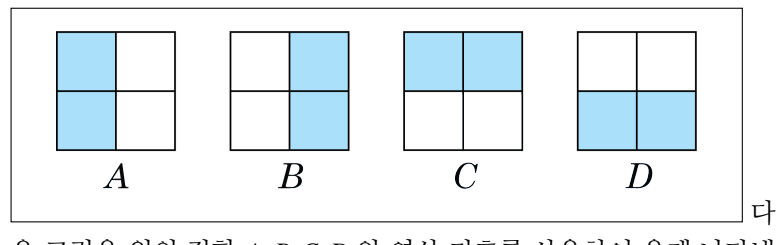
해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
 $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

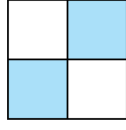
이므로
 $A \cap B = \{3, 6, 12\}$

$\therefore C - (A \cap B) = \{1, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

16. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



- ① $(A - B) \cup (B - A)$ ② $(A \cup B) - (B \cap C)$
③ $(B - C) \cup (C - B)$ ④ $(A \cup C) - (A \cap C)$
⑤ $(B - C) \cup (C - B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A \cup C) - (A \cap C)$ 이다.

17. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 사이에 $[A \cap (A^c \cup B)] \cup [B \cap (B^c \cap C^c)^c] = A \cup B$ 인 관계가 있을 때, 옳은 것은 ?

- ☒ ① $A \subset B$ ② $B \subset A$ ③ $(A \cup B) \subset C$
 ④ $C \subset (A \cup B)$ ⑤ $(A \cap B) \subset C$

해설

$A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B,$
 $B \cap (B^c \cap C^c)^c = B \cap [(B^c)^c \cup (C^c)^c] = B \cap (B \cup C) = B$
 따라서, 조건식은 $(A \cap B) \cup B = A \cup B$
 그런데, $(A \cap B) \cup B = B$ 이므로
 $B = A \cup B$ 이다.
 즉, $A \cup B = B$
 $\therefore A \subset B$

18. 집합 $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}$, $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 6\}$

④ $\{2, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 6, 7\}$

해설

$A - B = \{6\}$ 이므로

(1) $3 \times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$ 이다.

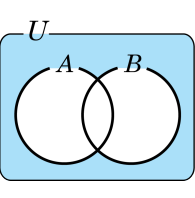
(2) $a + 3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.

따라서 $A = \{2, 6, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 이므로 $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$

이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1), (2)에서 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 6\}$ 이다.

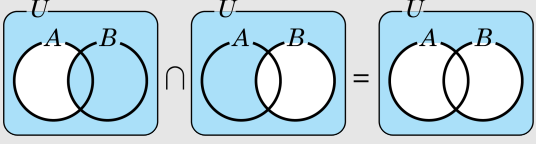
19. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?



- ① $(A \cap B)^c$
- ② $A^c \cap B^c$
- ③ $U - (A \cap B)$
- ④ $U - (A \cup B)$
- ⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$



20. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ①

$A - B^c = A \cap B$
- ②

$A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$
- ③

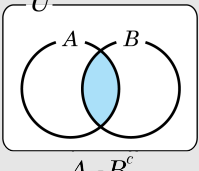
$A^c \cap (A \cup B) = A - B$
- ④

$(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$
- ⑤

$(A - B)^c = A^c \cup B$

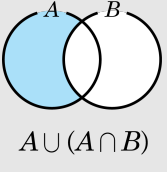
해설

①



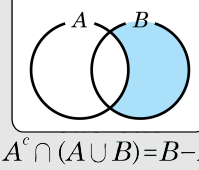
$A - B^c$

②



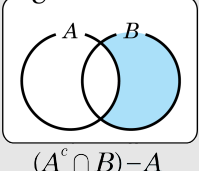
$A \cup (A \cap B)$

③



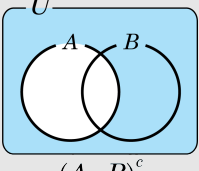
$A^c \cap (A \cup B) = B - A$

④



$(A^c \cap B) - A$

⑤



$(A - B)^c$

21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2개

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} ,$$
$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ ,}$$
$$B = \{4, 5, 6\} \circ | \overline{\mathbf{g}},$$
$$B \cap X = B \Rightarrow B \subset X,$$
$$(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\} \text{ 이므로}$$

X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

22. 전체 집합의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 15\text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C))$ 를 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

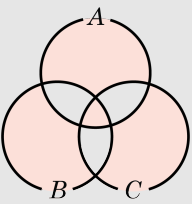
해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 15\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$
 $A - B = \{2, 6\}$, $B - C = \{3, 5, 15\}$, $A - C = \{3, 6\}$
 $\therefore (A - B) \cup (A - C) \cup (B - C) = \{2, 6\} \cup \{3, 6\} \cup \{3, 5, 15\} = \{2, 3, 5, 6, 15\}$
따라서 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C)) = 5$

23. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라 정의할 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?
- ① $A\Delta B = B\Delta A$
 - ② $(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$
 - ③ $A\Delta A = \emptyset$ 이고 $A\Delta \emptyset = A$ 이다.
 - ④ $A\Delta A\Delta A\Delta \cdots \Delta A = \emptyset$
 - ⑤ $A\Delta B = C$ 이면 $B = A\Delta C$ 이다.

해설

- ①, ③은 자명하다.
 ② 벤 다이어그램으로 그려 보면 좌,우변이 모두 같은 그림으로 그려진다. (아래 그림)



- ④
 (i) A 가 짝수개 있을 때 :
 $(A\Delta A)\Delta(A\Delta A)\Delta \cdots \Delta(A\Delta A)$
 $= \emptyset\Delta\emptyset\Delta \cdots \Delta\emptyset = \emptyset$
 (ii) A 가 홀수개 있을 때 :
 $(A\Delta A\Delta \cdots \Delta A)\Delta A = \emptyset\Delta A = A$
 「 — 짝수개 — 」
 ⑤ $A\Delta B = C$ 이므로 $A\Delta(A\Delta B) = A\Delta C$ 이다. 이 때, (좌변) =
 $(A\Delta A)\Delta B = \emptyset\Delta B = B \therefore B = A\Delta C$

24. $f_k(a) = (a \text{ 를 } k \text{ 로 나누었을 때의 나머지})$ 라고 정의한다.
자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A_k = \{x|f_k(x^2) = 1, x < 10\}$ 에
대하여 $n(A_3 \cap A_4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f_k(a) = (a \text{ 를 } k \text{ 로 나누었을 때의 나머지})$,
 $A_k = \{x|f_k(x^2) = 1, x < 10\}$ 라는 조건에서
 x^2 의 값이 될 수 있는 수는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 이다.
 $A_3 = \{1, 4, 16, 25, 49, 64\}$,
 $A_4 = \{1, 9, 25, 49, 81\}$,
 $A_3 \cap A_4 = \{1, 25, 49\}$ 이다.
따라서, $n(A_3 \cap A_4) = 3$ 이다.

25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A \cup B = U, A \cap B = \{3, 8\}$ 을 만족한다. A, B 의 원소의 합을 $N(A), N(B)$ 라고 할 때, $N(A) \times N(B)$ 의 최댓값은?

- ① 11^2 ② 22^2 ③ 23^2 ④ 33^2 ⑤ 44^2

해설

$$\begin{aligned} N(A) + N(B) &= N(U) + N(A \cap B) \\ &= (1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10) + (3 + 8) = 66 \\ N(A) \times N(B) &= N(A) \cdot (66 - N(A)) \\ &= -N(A)^2 + 66N(A) \\ &= -(N(A) - 33)^2 + 33^2 \\ \therefore N(A) = 33 \text{ 일때, 최댓값 } 33^2 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} N(A) + N(B) &= (1 + 2 + \cdots + 10) + (3 + 8) = 66 \\ N(A) > 0, N(B) > 0 \text{ 이므로} \\ \text{산술·기하 평균을 이용하면} \\ \frac{N(A) + N(B)}{2} &\geq \sqrt{N(A) \cdot N(B)} \quad (\text{단, 등호는 } N(A) = N(B) \text{ 일 때}) \\ \therefore N(A) \cdot N(B) &\leq 33^2 \\ \text{따라서 } N(A) + N(B) \text{의 최댓값은 } 33^2 \text{이다.} \end{aligned}$$