**1.** 두 집합 $A=\{1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 11\}$, $B=\{1,\ 7,\ 9,\ 10,\ 12\}$ 일 때, $A\cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

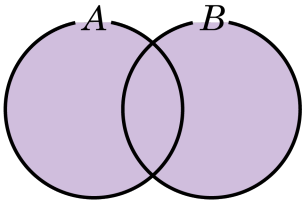
▷ 정답 : 54

해설

$A\cup B=\{1,\ 4,\ 7,\ 9,\ 10,\ 11, 12\}$ 이므로

원소의 합을 구하면 $1+4+7+9+10+11+12=54$

**2.** 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ?




① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

③ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 17\}$

④ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

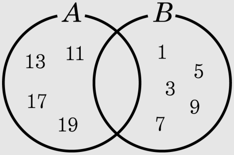
⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면

$A = \{11, 13, 17, 19\}$

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.




색칠한 부분이 나타나는 원소는

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

**3.** 두 집합 $A=\{a-3,\ 4,\ 6\}$ , $B=\{5,\ b+2,\ 8\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{5,\ 6\}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A\cap B=\{5,\ 6\}$ 이므로

$5\in A$ 이므로 $a-3=5\quad\therefore\ a=8$

$6\in B$ 이므로 $b+2=6\quad\therefore\ b=4$

$\therefore\ a-b=8-4=4$

**4.** 세 집합 $A$, $B$, $X$ 에 대하여 $X \cap (A \cup B) = X$ 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $X \subset A$　② $X \subset (A \cap B)$　③ $X \subset (A \cup B)$

④ $(A \cup B) \subset X$　⑤ $(A \cap B) \subset X$

**해설**

$X \cap (A \cup B) = X$ 는 $X \subset (A \cup B)$를 의미한다.
① $X \subset A$ 는 알 수 없다.
② $X \subset (A \cap B)$ 는 알 수 없다.
④ $(A \cup B) \subset X$ 는 알 수 없다.
⑤ $(A \cap B) \subset X$ 는 알 수 없다.

**5.** 전체집합 $U$ 의 두 부분집합 $A$, $B$ 에 대하여, $B \subset A$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \cap B = B$ ② $B - A = \varnothing$ ③ $A^C \subset B^C$

④ $A \cup B = A$ ⑤ $A \cap B^C = \varnothing$

해설

⑤ $A \cap B^C = A - B \neq \varnothing$ 이다.

**6.** 집합 $B$ 와 서로소인 것을 <u>모두</u> 고르면?

**보기**

ㄱ $A - B$ ㄴ $A^c \cap B^c$ ㄷ $A - (A - B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**해설**

ㄱ 집합 $A$ 에서 $B$ 와 공통되는 원소를 모두 제거했기 때문에 $A-B$ 는 $B$ 와 서로소 관계에 있다.

ㄴ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로 원소들은 집합 $A$ 와 $B$ 에 공통되는 원소가 없다.
따라서 서로소 관계가 된다.

**7.** 다음 중 옳은 것은?

① $A \cup \varnothing = \varnothing$

② $A \cap B = B \cup A$

③ $A \subset (A \cap B)$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \subset B$이면 $A \cup B = B$

해설

① $A \cup \varnothing = A$

② $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $A \subset (A \cup B)$

**8.** 두 집합 $A$, $B$ 에 대하여 $B \cap A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $B \subset (B \cap A)$

② $B \subset A$

③ $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = A$

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A$

해설

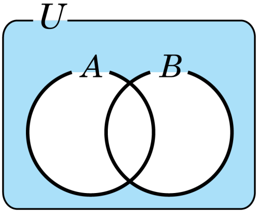
$B \cap A = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

③ $B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = B \cap A = B$ 이므로 옳지 않다.

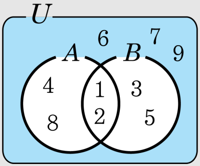
⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A \cap B = B$ 이므로 옳지 않다.

**9.** 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$ 의 두 부분집합 $A, B$ 에 대하여 $A = \left\{x | x\text{는 } 8\text{의 약수}\right\}, B = \{1, 2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?




① $\{6\}$　② $\{5, 7\}$　③ $\{5, 6, 7\}$　④ $\{6, 7, 8\}$　⑤ $\{6, 7, 9\}$

해설




$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{6, 7, 9\}$ 이다.

**10.** 전체집합 $U$ 의 두 부분집합 $A$, $B$에 대하여 다음을 간단히 하여라.
$[(A-B)\cap(B^c\cup A^c)]\cup[(A\cup B)\cap(B^c\cup A)]$

▶ 답 :

▷ 정답 : $A$

해설

$$[(A-B)\cap(B^c\cup A^c)]\cup[(A\cup B)\cap(B^c\cup A)]$$
$$=[(A-B)\cap(B\cap A)^c]\cup[(A\cup B)\cap(A\cup B^c)]$$
$$=[(A-B)-(A\cap B)]\cup[A\cup(B\cap B^c)]$$
$$=(A-B)\cup A=A$$

**11.** 어느 학급에서 경주, 부여, 제주에 가본 적이 있는 학생들의 집합을 각각 $G$, $B$, $J$라고 하자. 이때 다음과 같은 학생들의 집합을 $G$, $B$, $J$로 나타내면?

| |
|---|
| 경주와 부여 두 곳을 모두 가본 적이 있거나 부여와 제주 두 곳을 모두 가본 적이 있다. |

① $(B \cap G) \cup J$ ② $B \cap (G \cup J)$ ③ $B \cup (G \cap J)$

④ $(B \cup G) \cap J$ ⑤ $G \cap (B \cup J)$

**해설**

$$
\begin{aligned}
(G \cap B) \cup (B \cap J) &= (B \cap G) \cup (B \cap J) \\
&= B \cap (G \cup J)
\end{aligned}
$$

**12.** 자연수 $k$ 의 양의 배수의 집합을 $A_k$ 라 할 때, 다음 중 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18})$ 과 같은 집합은?

① $A_3$ ② $A_6$ ③ $A_9$ ④ $A_{12}$ ⑤ $A_{18}$

해설

$A_6 = \{6,\ 12,\ 18,\ 24\cdots\}$, $A_9 = \{9,\ 18,\ 27,\ 39\cdots\}$, $A_{12} = \{12,\ 24,\ 36,\ 48\cdots\}$, $A_{18} = \{18,\ 36,\ 54\cdots\}$ 이므로 $(A_6 \cup A_{12}) \cap (A_9 \cup A_{18}) = A_6 \cap A_9 = A_{18}$

**13.** 두 집합 $A$, $B$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은?

① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$ ,

$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

**14.** 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7\}$, $B=\left\{x|x\text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\right\}$ 에 대하여 $X\cap A=X$ 와 $X\cup(A\cap B)=X$ 를 만족하는 집합 $X$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$X\cap A=X$ 이므로 $X\subset A$

$X\cup(A\cap B)=X$ 이므로 $(A\cap B)\subset X$

$A\cap B=\{1,\ 5\}$

$\{1,\ 5\}\subset X\subset\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7\}$

집합 $X$ 는 집합 $A$ 의 부분집합 중 원소 $1,\ 5$ 를 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore\ 2^{5-2}=2^3=8$ (개)

**15.** 세 집합 $A = \{x|x$는 20 이하의 3의 배수$\}$,
$B = \{x|x$는 12의 약수$\}$,
$C = \{x|x$는 20 이하의 홀수$\}$
에 대하여 $C-(A\cap B)$ 로 알맞은 것은?

① $\{5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

② $\{1,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

③ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

④ $\{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

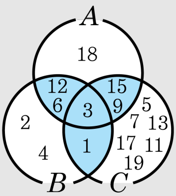
⑤ $\{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

해설

$A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$,
$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$,
$C = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

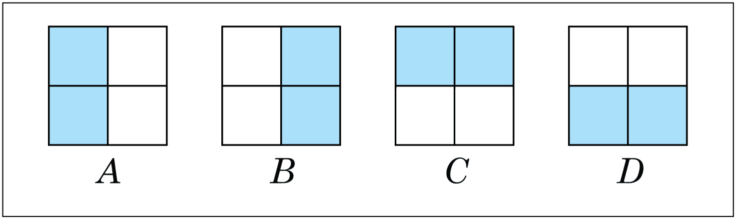
이므로

$A\cap B = \{3,\ 6,\ 12\}$

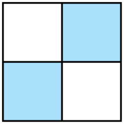



$\therefore\ C-(A\cap B) = \{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

**16.** 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.




다음 그림을 위의 집합 $A, B, C, D$ 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



① $(A-B)\cup(B-A)$

② $(A\cup B)-(B\cap C)$

③ $(B-C)\cup(C-B)$

④ $(A\cup C)-(A\cap C)$

⑤ $(B-C)\cup(C-B)$

**해설**

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$ 이다.

**17.** 전체집합 $U$ 의 세 부분집합 $A$, $B$, $C$ 사이에 $[A \cap (A^c \cup B)] \cup [B \cap (B^c \cap C^c)^c] = A \cup B$ 인 관계가 있을 때, 옳은 것은 ?

① $A \subset B$　② $B \subset A$　③ $(A \cup B) \subset C$

④ $C \subset (A \cup B)$　⑤ $(A \cap B) \subset C$

**해설**

$A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = \varnothing \cup (A \cap B) = A \cap B$,

$B \cap (B^c \cap C^c)^c = B \cap [(B^c)^c \cup (C^c)^c] = B \cap (B \cup C) = B$

따라서, 조건식은 $(A \cap B) \cup B = A \cup B$

그런데, $(A \cap B) \cup B = B$ 이므로

$B = A \cup B$ 이다.

즉, $A \cup B = B$

$\therefore A \subset B$

**18.** 집합 $A = \{2, 3 \times a, a+3\}$, $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 4\}$ ② $\{2, 5\}$ ③ $\{2, 6\}$

④ $\{2, 5, 6\}$ ⑤ $\{2, 6, 7\}$

**해설**

$A - B = \{6\}$ 이므로

(1) $3 \times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로

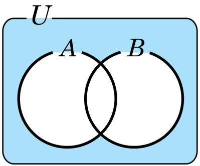
$(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$ 이다.

(2) $a + 3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.

따라서 $A = \{2, 6, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 이므로 $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$ 이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1),(2) 에서 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 6\}$ 이다.

**19.** 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?




① $(A \cap B)^c$

② $A^c \cap B^c$

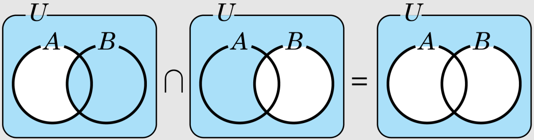
③ $U - (A \cap B)$

④ $U - (A \cup B)$

⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$



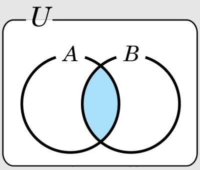
**20.** 전체집합 $U$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합 $A$, $B$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A - B^c = A \cap B$　　② $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$

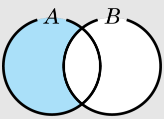
③ $A^c \cap (A \cup B) = A - B$　　④ $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$

⑤ $(A - B)^c = A^c \cup B$

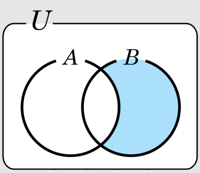
**해설**

①


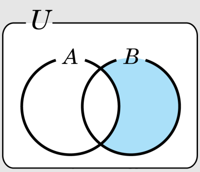
$A-B^c$

②


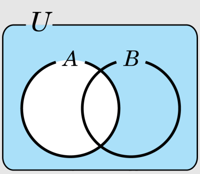
$A \cup (A \cap B)$

③


$A^c \cap (A \cup B) = B - A$

④


$(A^c \cap B) - A$

⑤


$(A-B)^c$

**21.** 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$ , $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 $U$ 의 부분집합 $X$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,

$B = \{4, 5, 6\}$ 이고,

$B \cap X = B \Rightarrow B \subset X$ ,

$(A - B) \cap X = \{1, 3\} \to \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\}$ 이므로

$X$ 는 원소 $1, 3, 4, 5, 6$ 을 반드시 포함하는 집합 $U$ 의 부분집합이다.

따라서 집합 $X$ 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

**22.** 전체집합의 세 부분집합 $A = \{x|x$는 $6$의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 $15$의 약수$\}$, $C = \{x|x$는 $16$의 약수$\}$ 에 대하여 $n((A-B)\cup(A-C)\cup(B-C))$ 를 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B=\{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$, $C=\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

$A-B=\{2,\ 6\}$, $B-C=\{3,5,15\}$, $A-C=\{3,\ 6\}$

$\therefore\ (A-B)\cup(A-C)\cup(B-C)=\{2,6\}\cup\{3,6\}\cup\{3,5,15\}=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 15\}$

따라서 $n((A-B)\cup(A-C)\cup(B-C))=5$

**23.** 두 집합 $A$, $B$ 에 대하여 연산 $\triangle$를 $A\triangle B=(A\cup B)-(A\cap B)$ 라 정의할 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?

① $A\triangle B=B\triangle A$

② $(A\triangle B)\triangle C=A\triangle(B\triangle C)$

③ $A\triangle A=\varnothing$ 이고 $A\triangle\varnothing=A$ 이다.

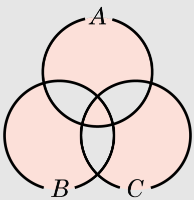
④ $A\triangle A\triangle A\triangle\cdots\triangle A=\varnothing$

⑤ $A\triangle B=C$ 이면 $B=A\triangle C$ 이다.

해설

①, ③은 자명하다.

② 벤 다이어그램으로 그려 보면 좌,우변이 모두 같은 그림으로 그려진다. (아래 그림)




④

( i ) $A$ 가 짝수개 있을 때 :

$(A\triangle A)\triangle(A\triangle A)\triangle\cdots\triangle(A\triangle A)$

$=\varnothing\triangle\varnothing\triangle\cdots\triangle\varnothing=\varnothing$

( ii ) $A$ 가 홀수개 있을 때 :

$\underbrace{(A\triangle A\triangle\cdots\triangle A)}_{\text{짝수개}}\triangle A=\varnothing\triangle A=A$

⑤ $A\triangle B=C$ 이므로 $A\triangle(A\triangle B)=A\triangle C$ 이다. 이 때, (좌변) $=(A\triangle A)\triangle B=\varnothing\triangle B=B$ $\therefore$ $B=A\triangle C$

**24.** $f_k(a) = (a$ 를 $k$ 로 나누었을 때의 나머지$)$ 라고 정의한다.
자연수 전체의 집합 $N$ 의 부분집합 $A_k = \left\{x | f_k(x^2) = 1, x < 10\right\}$ 에 대하여 $n(A_3 \cap A_4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f_k(a) = (a$ 를 $k$ 로 나누었을 때의 나머지$)$,
$A_k = \left\{x | f_k(x^2) = 1, x < 10\right\}$ 라는 조건에서
$x^2$ 의 값이 될 수 있는 수는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 이다.
$A_3 = \{1,\ 4,\ 16,\ 25,\ 49,\ 64\}$ ,
$A_4 = \{1,\ 9,\ 25,\ 49,\ 81\}$ ,
$A_3 \cap A_4 = \{1,\ 25,\ 49\}$ 이다.
따라서, $n(A_3 \cap A_4) = 3$ 이다.

**25.** 전체집합 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$의 두 부분집합 $A$, $B$가 $A\cup B=U$, $A\cap B=\{3,\ 8\}$을 만족한다. $A$, $B$의 원소의 합을 $N(A)$, $N(B)$라고 할 때, $N(A)\times N(B)$의 최댓값은?

① $11^2$　② $22^2$　③ $23^2$　④ $33^2$　⑤ $44^2$

해설

$N(A)+N(B)=N(U)+N(A\cap B)$

$=(1+2+3+\cdots+9+10)+(3+8)=66$

$$\begin{aligned}\mathrm{N(A)\times N(B)} &= \mathrm{N(A)}\cdot\{66-\mathrm{N(A)}\}\\ &= -\mathrm{N(A)}^2+66\mathrm{N(A)}\\ &= -(\mathrm{N(A)}-33)^2+33^2\end{aligned}$$

$\therefore\ N(A)=33$ 일때, 최댓값 $33^2$

해설

$N(A)+N(B)=(1+2+\cdots+10)+(3+8)=66$

$N(A)>0, N(B)>0$ 이므로

산술·기하 평균을 이용하면

$\dfrac{N(A)+N(B)}{2}\geq\sqrt{N(A)\cdot N(B)}$ (단, 등호는 $N(A)=N(B)$ 일 때)

$\therefore\ \mathrm{N(A)\cdot N(B)}\leq 33^2$

따라서 $N(A)+N(B)$의 최댓값은 $33^2$이다.