

1. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

(가) 원점을 꼭짓점으로 한다.

(나) 대칭축은 y 축이다.

(다) y 의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.

(라) $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

① (가), (나)

② (가), (나), (다)

③ (나), (다)

④ (가), (나), (라)

⑤ (다), (라)

해설

(다) y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

(라) $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

2. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것은?

① 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.

② 직선 $x = 0$ 을 축으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.

③ 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.

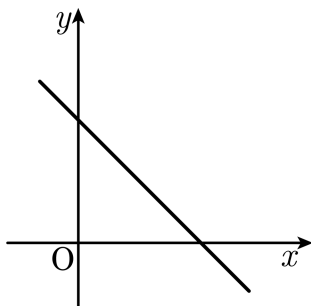
④ $y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

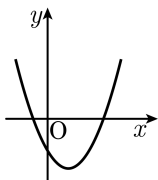
해설

② $x = 0$ 을 축으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이다.

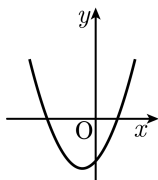
3. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



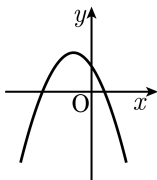
①



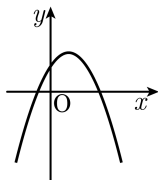
②



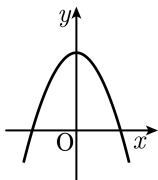
③



④



⑤



해설

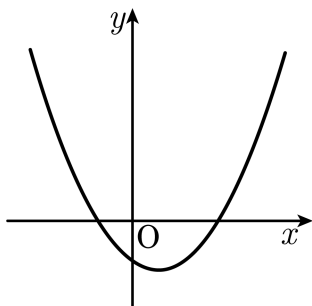
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

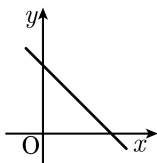
기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

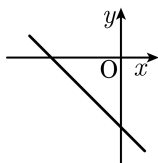
4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



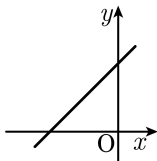
①



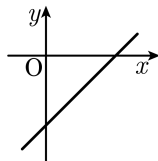
②



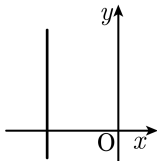
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$,
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 따라서 $b < 0$, y 절편이 음수이므로 $c < 0$,
 $ax + by + c = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울기는 양수이고, y 절편은 음수이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

6. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
- ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
- ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
- ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
- ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
- ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

7. $kx^2 - 4x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 - 3x - (2k+1) = 0$ 의 근의 합은?

① -3

② -2

③ $\frac{3}{2}$

④ 0

⑤ 1

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 4k = 0$$

$$k = 1$$

$$-x^2 - 3x - 3 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\left(\frac{-3}{-1}\right) = -3$ 이다.

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 10x + 15 + m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값은?

① 5

② -5

③ 10

④ -10

⑤ 15

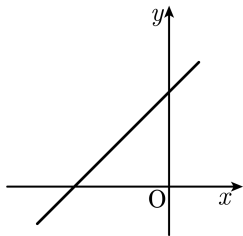
해설

$$\frac{D}{4} = 25 - (15 + m) = 0$$

$$\therefore m = 10$$

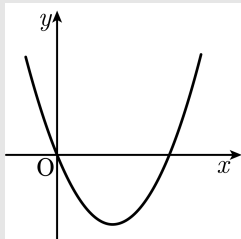
9. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면

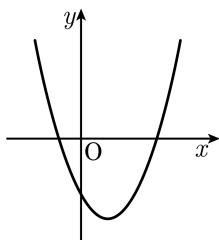


해설

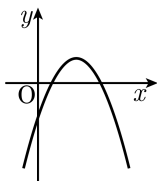
$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



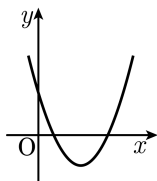
10. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



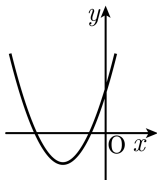
①



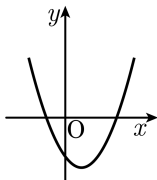
②



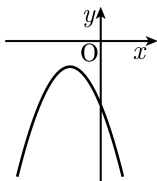
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

11. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\begin{aligned}\therefore f(80) + f(45) &= 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 \\ &= 7\sqrt{5} - 14\end{aligned}$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

12. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\text{i) } 13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14$$

$$\therefore f(175) = 5\sqrt{7} - 13$$

$$\text{ii) } 5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6$$

$$\therefore f(28) = 2\sqrt{7} - 5$$

$$\begin{aligned}\therefore f(175) - 2f(28) &= 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 \\ &= \sqrt{7} - 3\end{aligned}$$

$$\sqrt{7} - 3 = a\sqrt{7} + b \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = -3$$

$$\therefore ab = 1 \times (-3) = -3$$

13. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $-2\sqrt{3}$

④ $-3\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

14. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

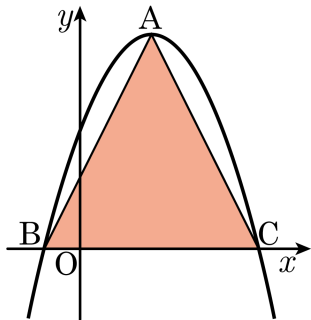
$$= (t-2)(3t+4)$$

$$= (a+2-2) \{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$$

$$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

15. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

16. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$

② $-7\sqrt{3}$

③ $-8\sqrt{3}$

④ $-9\sqrt{3}$

⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P(a, b) 라고 하면 $b > 0$ 이므로 ($\triangle POA$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.

따라서 $b = 24$ 이다.

P($a, 24$) 인 a 의 값을 구하면

(i) $a < 0$ 일 때

$y = x^2$ 에 ($a, 24$) 를 대입하면

$$24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$$

(ii) $a \geq 0$ 일 때

$y = 3x^2$ 에 ($a, 24$) 를 대입하면

$$24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$$

(i), (ii) 에서 P($-2\sqrt{6}, 24$) 또는 P($2\sqrt{2}, 24$) 이다.

따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은

$$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$