

1. 다음 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이다.

② $y = -\frac{1}{3}x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = \frac{5}{2}x^2$ 의 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

$y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

③ 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{2}ax^2$ 의 그래프보다
폭이 좁다.

해설

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

3. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

4. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

5. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다,
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ 2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3.14... 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

7. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 10x + 15 + m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값은?

① 5

② -5

③ 10

④ -10

⑤ 15

해설

$$\frac{D}{4} = 25 - (15 + m) = 0$$

$$\therefore m = 10$$

9. 이차함수 $y = -4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y = 4x^2$ 이다.

10. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

㉠ (0, 0), y , $x < 0$, $x > 0$

㉡ (0, 0), y , $x > 0$, $x < 0$

㉢ (0, 0), x , $x < 0$, $x > 0$

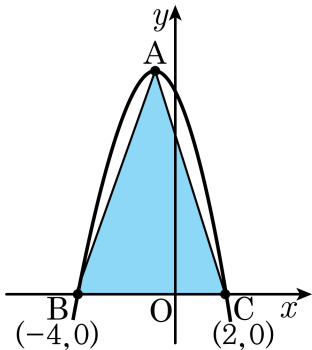
㉣ (1, -1), y , $x > 0$, $x < 0$

㉤ (0, 0), x , $x > 0$, $x < 0$

해설

꼭짓점은 (0, 0) 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일
때, y 는 감소한다.

11. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② 15

③ 20

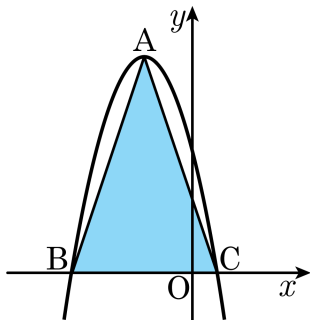
④ 24

⑤ 27

해설

$A(-1, 9), B(-4, 0), C(2, 0)$ 이므로 $\triangle \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

12. 다음 그림은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 30

② 27

③ 24

④ 21

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 4x + 5 \\ &= -(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5 \\ &= -(x + 2)^2 + 9 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$ 이고

$$-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -5, 1 \text{ 에서}$$

$B(-5, 0)$, $C(1, 0)$ 이다.

$$\text{따라서 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27 \text{ 이다.}$$

13. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

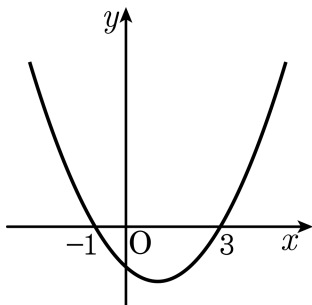
$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$ 제 1 사분면

14. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

$\therefore b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc > 0$

㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$

㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$

㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

15. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\begin{aligned}\therefore f(80) + f(45) &= 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 \\ &= 7\sqrt{5} - 14\end{aligned}$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

16. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75) - f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} - 3$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$\sqrt{75} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75} - 8 = 5\sqrt{3} - 8$ 이다.

$\sqrt{48} = 6. \dots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$ 이다.

$$\therefore f(75) - f(48)$$

$$= (5\sqrt{3} - 8) - (4\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} - 2 \text{ 이다.}$$