

1. 다음 중 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 정수

② 자연수

③ 유한소수

④ 순환소수

⑤ 무한소수

해설

유리수를 구하는 문제이다.

정수, 자연수, 유한소수, 순환소수는 유리수이지만 무한소수는
분수모양으로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다.

2. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \text{㉓}}{5^2 \times \text{㉔}} = \frac{\text{㉔}}{100} = \text{㉔}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔= 12

3. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

㉠ $\frac{5}{25}$	㉡ $\frac{6}{2^3 \times 3^2 \times 5}$	㉢ $\frac{9}{2 \times 3^2 \times 5^2}$
㉣ $\frac{75}{2^2 \times 5^2}$	㉤ $\frac{143}{2 \times 5^2 \times 11}$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉡ $\frac{6}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내어 진다.

4. 분수 $\frac{x}{420}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이 때, 두 자리의 수 중에서 가장 작은 수 x 는?

① 21 ② 81 ③ 84 ④ 96 ⑤ 99

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 x 가 최소한 3×7 은 약수로 가져야하므로 x 는 21 의 배수
21 의 배수인 두자리 수 중에서 가장 작은 수는 21 이다.
 $\therefore x = 21$

5. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

- ① 한 자리 정수
- ② 두 자리 정수
- ③ 세 자리 정수
- ④ 네 자리 정수
- ⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$
$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

6. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\overline{54}$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$

⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서
④ $1000x - 10x$ 이다.

7. $x = 0.3\dot{8}$, $y = 0.2\dot{1}$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 순환소수로 나타려고 한다.
순환마디는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$x = 0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{7}{18}$$

$$y = 0.2\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{7}{18}}{\frac{7}{33}} = \frac{33}{18} = \frac{11}{6} = 1.8\dot{3}$$

따라서 순환마디는 3 이다

8. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}\dot{7}$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{7}{90}$ ② $\frac{11}{90}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{7}{99}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

$$\text{선우 : } 0.\dot{1}\dot{7} = \frac{17}{99},$$

$$\text{지민 : } 0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A \text{ 이다.}$$

9. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

10. $81^5 = (3^a)^5 = 3^a$ 에서 안에 알맞은 수를 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 20

해설

$81 = 3^4$, $(3^4)^5 = 3^{20}$ 이므로 4, 20이다.

11. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} (x^4)^3 \div (x^a)^2 &= x^{12} \div x^{2a} = x^2 \\ 12 - 2a &= 2 \\ \therefore a &= 5 \\ (y^3)^b \div y^9 &= y^{3b} \div y^9 = 1 = y^0, \quad 3b - 9 = 0 \\ \therefore b &= 3 \\ x^8 \div (x^2)^c \div x &= x^8 \div x^{2c} \div x = \frac{1}{x} = x^{-1}, \quad 8 - 2c - 1 = -1 \\ \therefore c &= 4 \\ a = 5, \quad b = 3, \quad c = 4 \\ \therefore a + b - c &= 4 \end{aligned}$$

12. $(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$ 에서 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} (-8x^m y^2)^3 &= -2^n x^{15} y^6 \\ (-2^3)^3 &= -2^n \\ \therefore n &= 9 \\ x^{3m} &= x^{15} \\ \therefore m &= 5 \\ \text{따라서 } m + n &= 14 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

13. $\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{64x^{15}}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{4^b x^{ab}}{y^b} = \frac{4^3 x^{15}}{y^{3c}} \text{ 이므로}$$

$b = 3, ab = 15$ 이므로 $a = 5$ 이다.

$b = 3c$ 이므로 $c = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 5 + 3 + 1 = 9$$

14. $(a^xb^yc^z)^n = a^{21}b^{35}c^{14}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 21 \ 35 \ 14} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

$$n = 7, \ x = 3, y = 5, \ z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 3 + 5 + 2 = 10$$

15. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(a^3)^2 \div a^2$

② $a^2 \times a^2$

③ $a \times a^3$

④ $a^2 + a^2 + a^2 + a^2$

⑤ $\frac{1}{2}a^2(a^2 + a^2)$

해설

④ $a^2 + a^2 + a^2 + a^2 = 4a^2$ 이고 ①, ②, ③, ⑤는 a^4 이므로 다른 하나는 ④이다.

16. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$

③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

17. $\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = 81$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = \frac{3^{4x-6}}{3^{x+2}} = 3^{3x-8} = 81 = 3^4$$

$$\therefore 3x - 8 = 4, \quad x = 4$$

18. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다.
따라서 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2 \times 4 = 8$ 이다.

19. $3^2 \times 3^5 \div 3^x = \frac{1}{27}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$3^2 \times 3^5 \div 3^x = 3^{2+5-x} = 3^{-3}$$

$$2+5-x = -3$$

$$\therefore x = 10$$

20. $3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

- ① $\pm a^2b^3$
- ② $\pm 2a^3b^3$
- ③ $\pm 3a^2b^3$
- ④ $\pm 3a^3b^3$
- ⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 는 $\frac{3a^6b^9}{\square^3} = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 로 나타낼 수 있다.

이 식을 다시 정리하면,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4$ 이고 이는,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4$ 이므로 $\square = \pm 3a^2b^3$ 이다.

21. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$	㉡ $3 \div 11$	㉢ $13 \div 50$
㉤ $5 \div 4$	㉥ $1 \div 3$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}7$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉥ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

22. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를 a , 99번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

23. 다음 부등식을 만족하는 한 자리의 자연수 a 의 값을 모두 더하여라.

$$\frac{1}{6} < (0.\dot{a})^2 < \frac{5}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{6} < \left(\frac{a}{9}\right)^2 < \frac{5}{9}$$

$$\frac{27}{162} < \frac{2a^2}{162} < \frac{90}{162}$$

따라서 $27 < 2a^2 < 90$,

$$\frac{27}{2} < a^2 < 45 \text{ 이므로 } a = 4, 5, 6 \text{ 이다.}$$

따라서 a 의 값을 모두 더하면 $4 + 5 + 6 = 15$ 이다.

24. x 에 대한 일차방정식 $14x + 1 = a$ 의 해를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 된다고 한다. 이때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$14x + 1 = a, \quad x = \frac{a-1}{14} = \frac{a-1}{2 \times 7}$$

유한소수가 되려면 $a-1$ 은 14보다 작은 7의 배수

$$\therefore a = 8$$

25. $x = \frac{a}{90}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 9 의 배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$