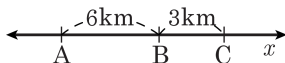


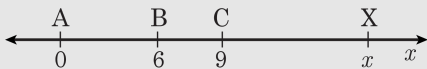
1. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?



- ① 6 km ② 9 km ③ 12 km
 ④ 15 km ⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)

A 마을과 X 마을 사이의 거리는

C 마을과 X 마을 사이의 거리의 2 배이므로

$$|x - 0| = 2|x - 9|$$

$$\text{곧, } |x| = 2|x - 9|$$

$$\therefore 2(x - 9) = \pm x$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 18$$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X 마을과 B 마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

2. 좌표평면 위의 세 점 $A(2, 0)$, $B(3, a)$, $C(4, 2)$ 에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$$(3-2)^2 + (a-0)^2 = (4-3)^2 + (2-a)^2$$

$$1 + a^2 = 1 + 4 - 4a + a^2$$

$$4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

3. 직선 $x + 2y + 3 = 0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 4 = 0$

② $x - 2y - 4 = 0$

③ $2x - 3y - 4 = 0$

④ $3x - y - 4 = 0$

⑤ $3x - 2y - 4 = 0$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 에 수직이므로, 기울기는 } 2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4$$

4. 두 직선 $y = x + 1, y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$$

$$y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0 \text{에서}$$

두 직선의 교점을 지나는 방정식은

$$(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$$

$$\therefore k = -1$$

따라서, $k = -1$ 을 ⑦에 대입하면

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

5. 두 직선 $x + y = 3$, $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

① $-2 < m < 2$

② $-2 < m < 3$

③ $-1 < m < 2$

④ $1 < m < 4$

⑤ $0 < m < 3$

해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에서

$m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로

위의 직선은 m 의 값에 관계없이

점 $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기 m 인 직선이다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서

만나기 위해서는 직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 과 $(0, 3)$ 을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.

직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 을 지날 때 $m = 1$ 이고

$(0, 3)$ 을 지날 때 $m = 4$ 이므로

따라서 $1 < m < 4$

6. x 축 위의 점 P로부터 직선 $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{은 } l = 2 - (-3) = 5$$

7. 두 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 과 $2x - 3y + 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.

II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.

III. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y 좌표는 5의 배수이다.

① I

② II

③ III

④ I, III

⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을

$P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a + 2b - 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a - 3b + 1|}{\sqrt{13}}$$

$$3a + 2b - 1 = 2a - 3b + 1 \text{ 또는}$$

$$3a + 2b - 1 = -2a + 3b - 1 \text{ 이므로}$$

$$a + 5b - 2 = 0, 5a - b = 0 \text{ 에서}$$

$$x + 5y - 2 = 0, 5x - y = 0$$

$$\text{즉, } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5} \text{ 와}$$

$y = 5x$ 위에 있는 모든 점들은

주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.

I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.

$$\text{II. } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$$

위의 점, 예를 들면 $(-3, 1)$ 이 있다.

III. $y = 5x$ 로 x 가 정수일 때,

y 좌표는 5의 배수이다.

8. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

① $x - 2y - 8 = 0$

② $x + 2y - 8 = 0$

③ $x - 2y + 8 = 0$

④ $x + 2y + 8 = 0$

⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{7}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a + 18}{1 + 3}, \frac{b + 6}{1 + 3} \right)$$

$$x = \frac{a + 18}{1 + 3}, y = \frac{b + 6}{1 + 3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

⑦에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

9. 두 점 A (-3, 4), B (2, 6)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점 Q의 좌표는?

① $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

② $P\left(\frac{1}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

③ $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{1}{4}\right)$

④ $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{7}{4}\right)$

⑤ $P\left(\frac{5}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 P (a , 0)라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(a+3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (-6)^2}$$

Q의 좌표를 Q (0, b)라 하면

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{3^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (b-6)^2}$$

두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4}$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$$

10. 세 점 $A(6, 2)$ $B(0, -6)$, $C(7, -5)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $3ab$ 의 값을 구하면?

① -24

② -18

③ -12

④ 9

⑤ 21

해설

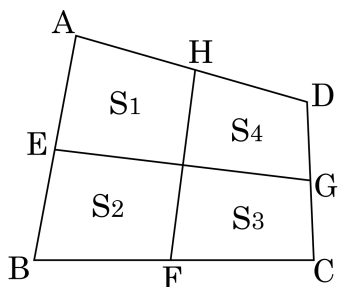
$\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\therefore$ 빗변 $\overline{AB}$ 의 중점이 외심이다.

$$\left(\frac{6+0}{2}, \frac{2+(-6)}{2} \right) = (3, -2)$$

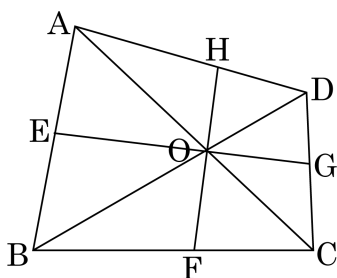
$$\therefore 3ab = -18$$

11. 다음 그림과 같이 내각의 크기가 모두 180° 보다 작은 사각형 ABCD 가 있다.



네 변 AB, BC, CD, DA 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 에 의하여 나누어진 사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 할 때, 다음은 S_1, S_2, S_3, S_4 사이의 관계를 찾는 과정이다.

$\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면,



점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로, $\triangle OAE =$ (가)
 또한, 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로, $\triangle OBF =$ (나)
 따라서 $S_2 = \triangle OAE +$ (나)
 같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG \therefore$ (다)

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- ① (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$
 ② (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$
 ③ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$
 ④ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$
 ⑤ (가) $\triangle OCG$ (나) $\triangle ODH$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

해설

$\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면

점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로

$$\triangle OAE = \triangle OBE$$

또한 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$$\triangle OBF = \triangle OCF$$

$$\therefore S_2 = \triangle OAE + \triangle OCF$$

$$\text{같은 방법으로 } S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG$$

$$\therefore S_1 + S_3 = S_2 + S_4$$

12. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 6)이고 무게중심 G의 좌표가 (3, 4)일 때, 변 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는?

① (1, 2)

② (2, 5)

③ (2, 3)

④ (3, 4)

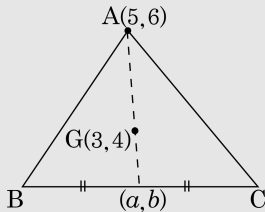
⑤ (4, 5)

해설

무게중심은 중선을 2 : 1로 내분한다.

$$\therefore G\left(\frac{2a+5}{2+1}, \frac{2b+6}{2+1}\right) = (3, 4)$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$



13. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(1, 4)$ 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1, 6)$, (a, b) , $(3, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

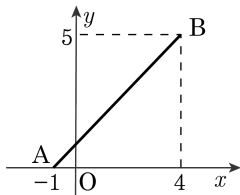
$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는

세변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심과 일치한다.

따라서 $\frac{-1 + a + 3}{3} = 1$, $\frac{6 + b + 4}{3} = 4$ 이므로

$a = 1$, $b = 2$ 이고, $\therefore a + b = 3$

14. 두 점 $A(-1, 0)$, $B(4, 5)$ 에 대하여 두 점 A , B 로부터의 거리의 비가 $3 : 2$ 점 P 의 자취의 방정식은?



① $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 50$

② $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 60$

③ $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 70$

④ $(x-7)^2 + (y-8)^2 = 80$

⑤ $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

해설

점 P 를 (x, y) 라 두
면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

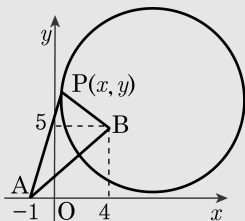
$$\overline{BP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2}$$

$$\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2 \text{ 이 므}$$

로

$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} : \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 3 : 2$$

$$\text{정리하면 } (x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$$



15. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$ 는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① $P(-4, 6)$

② $P(-4, -6)$

③ $P(2, 3)$

④ $P(3, 2)$

⑤ $P(-2, -4)$

해설

점 (a, b) 가 직선 $y = 2x - 3$

위에 있으므로 $b = 2a - 3$

따라서 $y = ax + 2b$ 에서

$y = ax + 2(2a - 3)$ 이므로

a 에 대하여 정리하면

$$a(x + 4) - (6 + y) = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a 에 대한
항등식이다.

$$\therefore x + 4 = 0, 6 + y = 0$$

$$\therefore P(-4, -6)$$

16. 다음 그림과 같이 $O(0,0)$, $A(4,2)$, $B(1,k)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이가 4 일 때, 양수 k 의 값은?

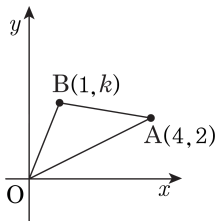
① 2

② $\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ 4



해설

직선 OA 의 방정식은 $x - 2y = 0$ 이다.

점 $B(1,k)$ 에서 직선 $x - 2y = 0$ 까지의 거리

$$h \text{ 는 } h = \frac{|1 \times 1 - 2 \times k|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}} = 4$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} (\because k > 0)$$

17. 직선 $y = x$ 위의 점 P가 두 점 A(2,4), B(0,2)로부터 같은 거리에 있을 때, 사각형 ABOP의 넓이는? (단, O는 원점)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

점 P의 좌표를 (a, a) 으로 놓으면
 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\sqrt{(a-2)^2 + (a-4)^2} = \sqrt{a^2 + (a-2)^2}$

양변 제곱하여 정리하면

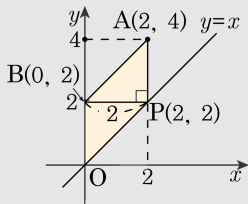
$$2a^2 - 12a + 20 = 2a^2 - 4a + 4, 8a = 16$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 (2, 2)이므로 다음 그림에서
 (□ABOP의 넓이)

$$= (\triangle OBP \text{의 넓이}) + (\triangle ABP \text{의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 4$$



18. 좌표평면 위의 네 점 $(-1, 1)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$, (a, b) 로 이루어진 사각형이 평행사변형이 될 때, 다음 <보기> 중 (a, b) 가 될 수 있는 좌표의 개수는?

보기

㉠ $(2, 2)$

㉡ $(1, 2)$

㉢ $(0, 0)$

㉤ $(-4, 2)$

㉥ $(-2, 2)$

㉦ $(0, 3)$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

평행사변형을 $\square ABCD$ 라 하면, 점 A, B, C, D를 어떻게 잡느냐에 따라 (a, b) 의 좌표가 달라진다.

<보기>의 좌표를 하나씩 짚어보면 평행사변형이 되는 경우는 $(2, 2)$, $(0, 0)$, $(-2, 2)$ 3 가지가 있다.

19. 정점 A(-2, 3)과 직선 $y = 2x - 1$ 위의 동점 P를 잇는 선분 $\overline{AP}$ 를 1 : 2로 내분하는 점 Q의 자취의 방정식은?

① $y = x + \frac{13}{3}$

② $y = 2x + \frac{13}{3}$

③ $y = 3x + \frac{13}{3}$

④ $y = 4x + \frac{13}{3}$

⑤ $y = 5x + \frac{13}{3}$

해설

점 $P(a, 2a - 1)$, $Q(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{1 \cdot a + 2 \cdot (-2)}{1 + 2} = \frac{a - 4}{3}$$

$$y = \frac{1 \cdot (2a - 1) + 2 \cdot 3}{1 + 2} = \frac{2a + 5}{3}$$

여기에서 a 를 소거하여 x, y 의 관계식을 구하면

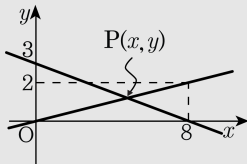
$$\therefore y = 2x + \frac{13}{3}$$

20. 한 어린이가 길의 양쪽 모두에 가로등이 있는 길을 걷고 있던 중 그림자의 끝이 각각 가로등의 밑 부분과 일치하였다. 가로등의 길이는 각각 3m, 2m 이고, 두 가로등 사이의 거리는 8m 일 때 어린이의 키는 몇 m 인가 구하면? (단, 두 가로등과 어린이는 일직선 위에 있다.)

- ① 1.5 m ② 1.4 m ③ 1.3 m ④ 1.2 m ⑤ 1.1 m

해설

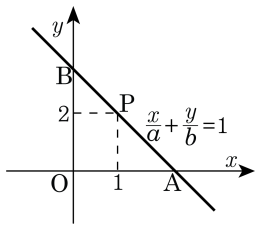
두 직선의 교점은 두 직선의 방정식을 연립하여 구한다.
어린이의 키를 나타내는 값은 그림과 같이



$y = \frac{1}{4}x$ 와 $y = -\frac{3}{8}x + 3$ 의 교점이 P의 y좌표이므로

두 식을 연립하여 풀면 $x = 4.8$, $y = 1.2$
따라서, 어린이의 키는 1.2m이다.

21. 좌표평면 위의 점 $P(1, 2)$ 를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 (a > 0, b > 0)$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최솟값은?



① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 의 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$ 산술기하조건을 사용하면

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{a} \times \frac{2}{b}}$$

$$\Rightarrow ab \geq 8$$

$\triangle OAB$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}ab$ 이므로 넓이의 최솟값 : 4

22. 방정식 $15x^2 - 6xy - 10x + 4y = 0$ 은 두 직선을 나타낸다. 이 두 직선의 교점을 지나는 직선 중에서 원점으로부터의 거리가 최대인 것은?

① $3x - 2 = 0$

② $x + 3 = 0$

③ $5x - 2y = 0$

④ $4x - 3y + 6 = 0$

⑤ $6x + 15y - 29 = 0$

해설

준 식을 인수분해하면, $(3x-2)(5x-2y) = 0$ $3x-2 = 0$, $5x-2y = 0$

이므로 이 두 직선의 교점은 $A\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$ 이다.

이 두 직선의 교점을 지나는 직선과 원점 사이의 거리가 최대일 때는

교점 $A\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$ 가 원점에서 직선에 내린 수선의 발일 때이므로

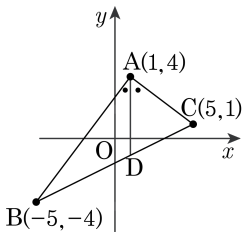
$$(\overline{OA} \text{의 기울기}) = \frac{5}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - \frac{5}{3} = -\frac{2}{5}\left(x - \frac{2}{3}\right)$$

$$\therefore 6x + 15y - 29 = 0$$

23. 다음 그림과 같이 세점 $A(1, 4)$, $B(-5, -4)$, $C(5, 1)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?



- ① 1 : 1 ② $\sqrt{2} : 1$ ③ $\sqrt{3} : 1$
 ④ 2 : 1 ⑤ $\sqrt{5} : 1$

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{BD} : \overline{CD}$ 이고
 각의 이등분선정리에 의해

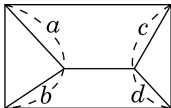
$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 2 : 1$$

24. 다음 그림과 같이, 직사각형의 내부에 임의의 선분이 한 번에 평행하게 놓여 있다. 선분의 끝점과 꼭지점 사이의 거리를 a, b, c, d 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



① $\sqrt{a} + \sqrt{c} = \sqrt{a} + \sqrt{d}$

② $a + c = b + d$

③ $a + b = c + d$

④ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

해설

좌표를 도입하여 점 B가 원점이 되도록 하면

$A(0, q)$, $C(p, 0)$ 라 할 수 있고 $D(p, q)$ 이다.

이때, $E(x, y)$, $F(z, y)$ 라고 하면

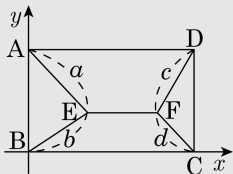
$$a^2 = x^2 + (y - q)^2$$

$$b^2 = x^2 + y^2$$

$$c^2 = (z - p)^2 + (y - q)^2$$

$$d^2 = (z - p)^2 + y^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a^2 + d^2 = b^2 + c^2$$



25. 두 점 $A(-1, 3)$, $B(3, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

① 4

② $\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{5}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$P(a, 0)$ 이라하면, $\overline{AP} = \overline{BP}$

$$(a+1)^2 + 3^2 = (a-3)^2 + 5^2, 8a = 24$$

$$\therefore a = 3$$

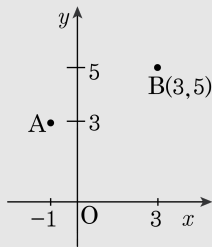
$Q(0, b)$ 이라 하면, $\overline{AQ} = \overline{BQ}$

$$1^2 + (b-3)^2 = (-3)^2 + (b-5)^2$$

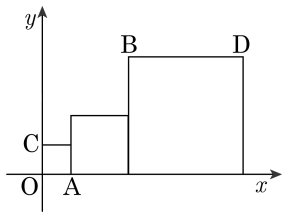
$$\therefore 4b = 24$$

$$\therefore b = 6 \quad P(3, 0), Q(0, 6)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$



26. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?



- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 21

해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
 점 $A(4, 0)$ 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
 점 $B(9, 12)$
 즉, $B(9, 12)$
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

27. 세 점 $O(0,0)$, $A(1,1)$, $B(2,-2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 외심의 좌표를 $P(a,b)$ 라 할 때, $a^2 - b^2$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

외심 (외접원의 중심)은 세 꼭지점으로부터 거리가 같은 점이므로

$$\overline{PO}^2 = \overline{PA}^2 \text{ 으로부터}$$

$$a^2 + b^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2, \quad a+b=1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\overline{PO}^2 = \overline{PB}^2 \text{ 으로부터}$$

$$a^2 + b^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2, \quad a-b=2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{로 부터 } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 1 \times 2 = 2$$

28. 두 점 $A(1,4), B(5,2)$ 에 대하여 점 P 는 x 축 위를 움직이고 점 Q 는 y 축 위를 움직일 때, $\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

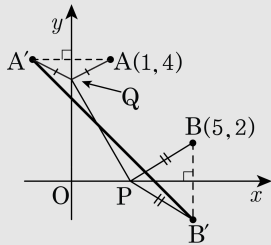
다음 그림과 같이 점 A 를 y 축에 대하여

대칭이동한 점을 A' , 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면

$A'(-1,4), B'(5,-2)$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP} &= \overline{A'Q} + \overline{PQ} + \overline{B'P} \\ &\geq \overline{A'B'} \\ &= \sqrt{(5+1)^2 + (-2-4)^2} \\ &= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 $6\sqrt{2}$ 이다.



29. 다음 그림과 같이 정사각형 OABC의 내부의 점 P에 대하여 $\overline{OP} = 3$, $\overline{AP} = 5$, $\overline{CP} = 7$ 일 때 선분 PB의 길이는?

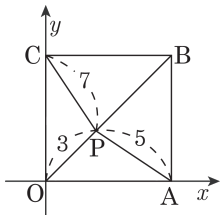
① $2\sqrt{15}$

② $\sqrt{65}$

③ $\sqrt{70}$

④ $5\sqrt{3}$

⑤ $4\sqrt{5}$



해설

정사각형의 한 변의 길이를 a , 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (a-x)^2 + y^2 = 25 & \cdots \textcircled{㉡} \\ x^2 + (a-y)^2 = 49 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

선분 PB의 길이는

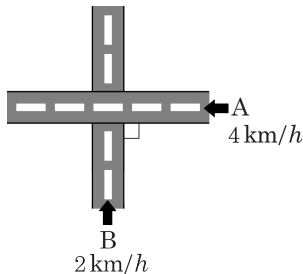
$$\overline{PB} = \sqrt{(a-x)^2 + (a-y)^2} \text{이다.}$$

$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$(a-x)^2 + (a-y)^2 = 25 + 49 - 9 = 65$$

$$\text{따라서 } \overline{PB} = \sqrt{65}$$

30. 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
 ④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면
 최초의 A, B 의 위치는 A(6, 0), B(0, -4) 이고
 t 시간 후의 A, B 의 좌표는

A(6 - 4t, 0), B(0, -4 + 2t) 이다.

따라서 t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{(6-4t)^2 + (-4+2t)^2} \\ &= \sqrt{20t^2 - 64t + 52} \\ &= \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} \\ &= \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다.

$\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.