1. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ 3)$, $\mathrm{Q}(1,\ a)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{2}$ 일 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{2}$이므로 $\sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $2a^2 - 8a + 10 = 2$

$2a^2 - 8a + 8 = 0$, $a^2 - 4a + 4 = 0$, $(a-2)^2 = 0$

$\therefore\ a = 2$

2. 좌표평면 위의 점 $A(3, -2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$\therefore\ x = -2,\ y = -4$

따라서 점 D의 좌표는 $(-2, -4)$

3. $\triangle$ABC의 꼭짓점 A(4, 6), B(−2, 2)이고, 무게중심이 G(1, 3)일 때 꼭짓점 C의 좌표는?

① (−1, 1) ② (1, −1) ③ (1, 1)
④ (−1, −1) ⑤ (1, 2)

해설

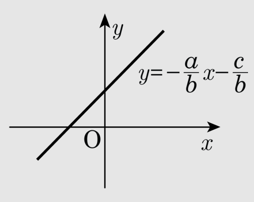
무게중심 구하는 공식을 이용한다.
점 C$(x,\ y)$라 하면,
$$G=\left(\frac{4-2+x}{3},\ \frac{6+2+y}{3}\right)=(1,\ 3)$$
$\therefore\ x=1,\ \ y=1$

4. $ab < 0,\ ac > 0$일 때, 직선 $ax+by+c=0$이 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면 ③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설



$ab < 0,\ ac > 0$이므로 $b \neq 0$ 이다.
따라서, 주어진 직선의 방정식을 b로 나누어 정리하면

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

(기울기) $= -\frac{a}{b} > 0$

한편, $ab < 0,\ ac > 0$이므로

$ab \cdot ac = a^2bc < 0$

따라서 $bc < 0$

(y 절편) $= -\frac{c}{b} > 0$

따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제4 사분면은 지나지 않는다.

5. 직선 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=mx$가 이등분할 때, m의 값은? (단, $a>0,\ b>0$)

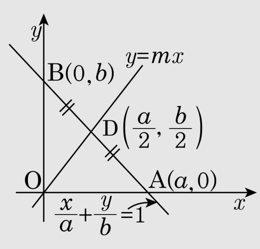
① $\dfrac{b}{a}$　② $\dfrac{a}{b}$　③ $\dfrac{b}{2a}$　④ $\dfrac{a}{2b}$　⑤ $\dfrac{2a}{b}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 $\mathrm{D}\left(\dfrac{a}{2},\ \dfrac{b}{2}\right)$라 하면

$\triangle\mathrm{OAD}=\triangle\mathrm{OBD}$이므로 직선 $y=mx$가 점 D를 지나야 한다.

$\therefore m=\dfrac{\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}}=\dfrac{b}{a}$



6. 두 직선 $kx+2y+3=0$, $2x+ky+4=0$이 서로 평행하도록 양수 k의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행하려면 기울기는 같고
y절편은 달라야 한다.
$\frac{k}{2}=\frac{2}{k}\neq\frac{3}{4}$ $\therefore$ $k^2=4$
따라서 양수 k의 값은 2이다.

7. 점 $\mathrm{A}(-2,1)$, $\mathrm{B}(4,4)$ 를 이은 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 지나 AB 에 수직인 직선의 방정식을 l 이라고 할 때, 점 $(1,0)$ 에서 직선l 에 이르는 거리는?

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2　④ $\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{6}$

해설

선분 AB 의 내분점의 좌표

$$\mathrm{M}\left(\frac{2\times4+1\times(-2)}{2+1}, \frac{2\times4+1\times1}{2+1}\right)=(2,3)$$

직선 AB 의 기울기는 $\dfrac{4-1}{4-(-2)}=\dfrac{1}{2}$

그러므로 직선 l 은 기울기가 -2 이고

$(2,3)$ 을 지나므로 $l : y-3=-2(x-2)$

$\therefore\ 2x+y-7=0$

따라서 $(1,0)$ 으로부터 직선 l 까지의 거리는

$$\frac{|2\cdot1+0-7|}{\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

8. 두 직선 $y = x + 1, y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$　　② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$　　③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$　　⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
$y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
$(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
$(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
$\therefore\ k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 ㉠에 대입하면
$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

9. 두 직선 $x+y=1,\ ax+2y+a+2=0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x+y=1 \cdots ㉠$

$ax+2y+a+2=0 \cdots ㉡$

㉡ − ㉠ × 2 : $(a-2)x+a+4=0$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{a+4}{2-a}$

$\Rightarrow y=1-x=\dfrac{2a+2}{a-2}$

$\therefore$ 교점 : $\left(\dfrac{a+4}{2-a},\ \dfrac{2a+2}{a-2}\right)$

교점이 제 1 사분면에 있으므로

$\dfrac{a+4}{2-a}>0,\ \dfrac{2a+2}{a-2}>0$

두 식의 양변에$(a-2)^2$ 을 곱하면

$(a-2)(a+4)<0,\ 2(a+1)(a-2)>0$

$\Rightarrow -4<a<2,\ a<-1 \ or \ a>2$

$\therefore \ -4<a<-1$

$\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

10. 세 점 $A(4,\ -5)$, $B(-5,\ 2)$, $C(-8,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $\triangle ABC$ 에 대하여 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 의 값이 최소가 될 때, 점 P 의 좌표는?

① (-3, -3) ② (-3, 0) ③ (0, 0)
④ (3, 0) ⑤ (3, 3)

해설

$P(x,\ y)$라 하면

$$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$$
$$=(x-4)^2+(y+5)^2+(x+5)^2+(y-2)^2+(x+8)^2+(y-3)^2$$
$$=3(x+3)^2+3y^2+116$$

따라서 $x=-3,\ y=0$일 때, $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$은 최소가 된다.

11. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, $\triangle$OAB 의 면적을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

$y = \dfrac{-2-(-3)}{4-2}(x-2)-3 = \dfrac{1}{2}x-4$

$\Rightarrow$ x 절편은 8 이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore$ $\triangle$OAB 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 이다.

12. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1,\ 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{a}=\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad a=2$

13. A $(1, 1)$, B $(-2, -3)$, C $(k, k+1)$이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면

$\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 일치해야 한다.

$\therefore \ \dfrac{-3-1}{-2-1} = \dfrac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$

$\Rightarrow \ \therefore \ k = 4$

14. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

k에 관하여 정리하면

$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1 - y) = 0$

k에 관한 항등식이므로

$x + 2 = 0,\ x^2 + x - 2 = 0,\ 1 - y = 0$

$\therefore x = -2,\ y = 1$

$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 1)$

$\therefore\ a = -2,\ b = +1$

$\therefore\ a + b = -1$

15. 두 직선 $x-3y+1=0$, $x+y-3=0$ 의 교점과 직선 $4x+3y-1=0$ 사이의 거리는?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x-3y+1=0$, $x+y-3=0$ 의 교점은 $(2,1)$

$\therefore$ $4x+3y-1=0$ 까지의 거리 :

$$\frac{|4\times2+3\times1-1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$$

16. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

$$3x-y-6=0\ ,\qquad 3x-y+k=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=4$

해설

직선 $3x-y-6=0$ 위의 한 점 $(2,0)$ 에서 직선 $3x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$이므로

$$\frac{|3\times 2-0+k|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{|6+k|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$$

$|6+k|=10$

따라서 $k=4$ ($\because$ k 는 양수)

17. 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y=x$ ② $y=\frac{1}{2}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=\frac{1}{4}x$ ⑤ $y=\frac{1}{5}x$

해설

P$(x,\ y)$ 라 하면,
(i) $2x-y-1=0$ 까지의 거리 d_1 은

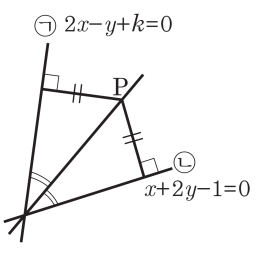
$$d_1=\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{4+1}}$$

(ii) $x+2y-1=0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2=\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1+4}}$$

$d_1=d_2$ 이므로 $|2x-y-1|=|x+2y-1|$
$\therefore\ 2x-y-1=\pm(x+2y-1)$
즉, $x-3y=0$, $3x+y-2=0$
그런데 기울기가 양수이므로 $x-3y=0$
$\therefore\ y=\frac{1}{3}x$

18. 두 직선 $2x-y+k=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 P(3, 1)을 지날 때, 상수 k의 값의 합을 구하면?



① -2　② 4　③ -6　④ 8　⑤ -10

해설

$2x-y+k=0 \quad \cdots$ ㉠
$x+2y-1=0 \quad \cdots$ ㉡
(점 P와 ㉠사이의 거리)= (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로
$\dfrac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \dfrac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k|=4$
$\Rightarrow 5+k=\pm4 \Rightarrow k=-9$ 또는 $k=-1$
$\therefore k$ 의 합 : -10

19. 정점 $A(1,\ 2)$와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$ ② $x-2y+5=0$ ③ $3x-4y=0$

④ $x+2y+5=0$ ⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $P(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0 \cdots$ ㉠

$\overline{AP}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면

$X=\dfrac{1+a}{2}$, $Y=\dfrac{2+b}{2}$

$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$

$\therefore 6X-8Y=0$

$\therefore 3x-4y=0$

20. 점 $(a,\ b)$가 직선 $2x-y-2=0$ 위를 움직일 때, 점 $(a,\ a+b)$의 자취의 방정식은?

① $y=3x-2$ ② $y=4x-3$ ③ $y=5x-4$
④ $y=6x-5$ ⑤ $y=7x-6$

해설

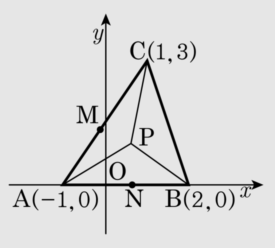
$x=a\cdots$㉠
$y=a+b\cdots$㉡ 에서
a, b 를 소거한다.
점 (a, b)가 직선 $2x-y-2=0$ 위를
움직이므로 $2a-b-2=0$
$\therefore b=2a-2$ 이것을 ㉡에 대입하면
$y=3a-2$
$\therefore y=3x-2$ ($\because$ ㉠)

21. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$ 이 있다. $\triangle ABC$ 의 내부의 점 P가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P가 그리는 도형의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P가 $\triangle ABC$ 의 내부의 점이고
$\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$\therefore\ \triangle BPC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC$

점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M, N 을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 $M\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

점 P의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

22. 직선 $y = x - 1$ 위에 있고 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(3,\ 2)$에서 같은 거리에 있는 점 P의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$y = x - 1$ 위에 잇는 점 P는 $(\alpha,\ \alpha - 1)$로 나타낼 수 있다.

$\overline{\mathrm{AP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2$ 이므로

$(\alpha - 1)^2 + (\alpha - 1)^2 = (\alpha - 3)^2 + (\alpha - 3)^2,\ \alpha = 2$

$\therefore\ \mathrm{P}(2,\ 1)$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 5$

23. 세 꼭짓점이 $A(1,\ 3)$, $B(p,\ 3)$, $C(1,\ q)$ 인 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표가 $(2,\ 1)$ 일 때 pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $pq = -3$

해설

$(2-1)^2 + (1-3)^2 = (2-p)^2 + (1-3)^2$ 에서 $(p-2)^2 = 1$

$\therefore\ p = 1,\ 3$

그런데 $p = 1$ 일 때 점 A, B가 일치하므로 $p \neq 1$ $\therefore\ p = 3$

$(2-1)^2 + (1-3)^2 = (2-1)^2 + (1-q)^2$ 에서 $(q-1)^2 = 4$

$\therefore\ q = 3,\ -1$

그런데 $q = 3$ 일 때 점 A, C가 일치하므로 $q \neq 3$

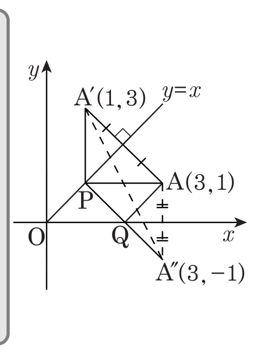
$\therefore\ pq = 3 \times (-1) = -3$

24. 정점 $\mathrm{A}(3, 1)$과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 동점 P, x축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}} + \overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QA}}$의 최소 거리를 구하면?

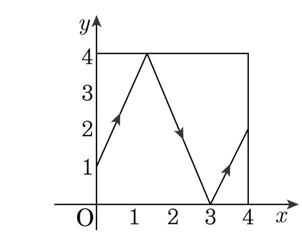
① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $2\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

점 A의 $y = x$에 대한 대칭점을 A′
점 A의 x축에 대한 A′라 하면
$\overline{\mathrm{AP}} + \overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QA}} = \overline{\mathrm{A'P}} + \overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QA''}} \geq$
$\overline{\mathrm{A'A''}}$
$\overline{\mathrm{A'A''}} = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$
따라서 $\overline{\mathrm{AP}} + \overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QA}}$의 최솟값은 $2\sqrt{5}$
이다.



25. $(0,0)$, $(0,4)$, $(4,4)$ 와 $(4,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 생각하자. $(0,\ 1)$ 에서 출발하여 윗변과 밑변으로 반사시켜 $(4,2)$ 에 도달하는 꺾인 직선을 그리려면 윗변의 어느 점을 지나야 하는가? (단, 입사각과 반사각은 같다)



① $(1,\ 4)$　② $\left(\frac{10}{7},\ 4\right)$　③ $\left(\frac{5}{3},\ 4\right)$　④ $\left(\frac{4}{3},\ 4\right)$　⑤ $\left(\frac{3}{2},\ 4\right)$

해설

대칭성을 이용하여 $(0,1)$ 과 $(4,10)$ 을 연결하는 직선과 $y=4$ 와의 교점을 계산하면 된다. $\begin{cases} y = \frac{9}{4}x + 1 \\ y = 4 \end{cases}$ $\therefore\ x = \frac{4}{3}$

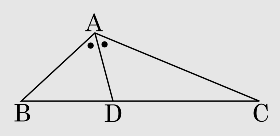
따라서, $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ 를 지난다.

26. 세 점 $A(-2,\ 0)$, $B(-1,\ \sqrt{3})$, $C(1,\ -4)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?

① $1:2$ ② $1:3$ ③ $1:4$ ④ $2:3$ ⑤ $2:5$

해설

점 D 가 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 의 교점이므로



$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{1+3} : \sqrt{9+16} = 2:5$

$\therefore\ \triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{DC} = 2:5$

27. 좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x-y+2-k(x+y)=0$ 까지의 거리의 최대값은?(단, k 는 실수)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

원점 O 에서 직선 $(3-k)x-(1+k)y+2=0$ 까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3-k)^2+(1+k)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}$$

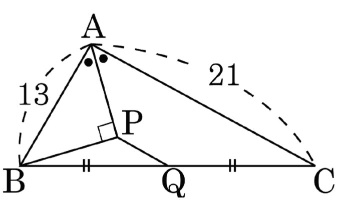
거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$2k^2-4k+10=2(k-1)^2+8\geq 8$ 이므로

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}\leq\frac{2}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore$ 최대값 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

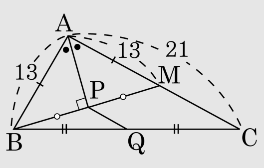
28. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 선분 AP는 $\angle BAC$의 이등분선, $\overline{AP} \perp \overline{BP}$이고 점 Q는 변 BC의 중점이다. $\overline{AB} = 13$, $\overline{AC} = 21$ 일 때, $\overline{PQ}$의 길이는?



① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$\overline{BP}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 M 이라 하자.



$\angle BAP = \angle MAP$, $\overline{AP}$는 공통,
$\angle APB = \angle R$ 이므로 $\triangle ABP \equiv \triangle AMP$
$\overline{AB} = \overline{AM} = 13$ 이다.
따라서 $\overline{MC} = 8$
$\triangle BCM$ 에서 $\overline{PQ} : \overline{MC} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{PQ} = 4$

29. 실계수 이차 방정식 $ax^2 + (a+b)x + b = 0$ 이 중근을 가질 때 점 $\mathrm{P}(a^2+b^2,\ a^2b^2)$ 의 자취의 방정식을 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x^2 (x > 0)$
② $y = \frac{1}{3}x^2 (x > 0)$
③ $y = \frac{1}{4}x^2 (x > 0)$
④ $y = \frac{1}{5}x^2 (x > 0)$
⑤ $y = \frac{1}{6}x^2 (x > 0)$

해설

$ax^2 + (a+b)x + b = 0$ 이 중근을 가지므로
$D = (a+b)^2 - 4ab = 0$, $a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = 0$
$a^2 - 2ab + b^2 = 0$, $(a-b)^2 = 0$
$\therefore\ a = b$
점 $P(a^2+b^2,\ a^2b^2)$ 에서 $a^2+b^2 = x,\ a^2b^2 = y$ 로 놓으면
$x^2 = (a^2+b^2)^2 = (a^2-b^2)^2 + 4a^2b^2 = 4a^2b^2$
$\therefore\ x^2 = 4y$
즉 $y = \frac{1}{4}x^2$
그런데 $a \neq 0$ 이므로 $x = a^2 + b^2 > 0$
$\therefore\ y = \frac{1}{4}x^2\ (x > 0)$

30. 직선 $y=\frac{4}{3}x$ 와 x 축이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구할 때 기울기는? (단, 기울기는 양수이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

각의 이등분선은 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점들이다. 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P\ (x,\ y)$ 에서 각의 두 변인 x 축과 직선 $y=\frac{4}{3}x$ 에 이르는 거리는 같다. $|y|=\frac{|4x-3y|}{\sqrt{3^2+4^2}}$, $y=\pm\frac{4x-3y}{5}$

기울기가 양수이므로 $y=\frac{1}{2}x$, 기울기는 $\frac{1}{2}$