

1. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 이고, $a = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

② $\frac{4 + \sqrt{3}}{4}$

③ $\frac{2\sqrt{3} - 3}{4}$

④ $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

해설

(i) $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 에서 $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 3$$

$$\therefore x^2 - 2\sqrt{2}x = 1$$

(ii) $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3} = a^{x^2-2\sqrt{2}x-3} = a^{-2}$

$$= \frac{1}{a^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

3. $\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = k \times 10^n$ (단, $0 < k < 10$, n 은 자연수)로 나타낼 때, n 의 값을 구하면?

① 72

② 71

③ 70

④ 69

⑤ 68

해설

$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = N \text{이라고 하면}$$

$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^{15}} < N < \frac{10^{85}}{10^{15}}$$

$$\frac{10 \times 10^{84}}{2 \times 10^{15}} < N < \frac{10 \times 10^{84}}{10^{15}}$$

$$5 \times 10^{69} < N < 10 \times 10^{69}$$

$$\text{따라서 } N = k \times 10^{69} (5 < k < 10)$$

$$\therefore n = 69$$

4. A 를 B 로 나눈 몫을 Q , 나머지를 R 라 하고, Q 를 B' 으로 나눈 몫은 Q' , 나머지는 R' 이라 한다. A 를 BB' 으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

① $R + R'B$

② $R' + RB$

③ RR'

④ R

⑤ R'

해설

주어진 조건을 식으로 나타내면

$$A = BQ + R \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$Q = B'Q' + R' \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\begin{aligned} A &= B(B'Q' + R') + R \\ &= (BB')Q' + (R + R'B) \end{aligned}$$

$R + R'B$ 가 A 를 BB' 로 나눈 나머지가 되기 위해서는 $R + R'B < BB'$ 이어야 한다.

그런데 $R \leq B - 1$, $R' \leq B' - 1$ 이므로

$$\begin{aligned} R + R'B &\leq (B - 1) + (B' - 1)B \\ &= BB' - 1 < BB' \end{aligned}$$

따라서 A 를 BB' 으로 나눈 나머지는 $R + R'B$ 이다.

5. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$