

1. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\}$

① $\{2, 3, 5\}$

② $\{2, 3, 5, 7\}$

③ $\{2, 3, 5, 7, 9\}$

④ $\{2, 3, 5, 7, 11\}$

⑤ $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

해설

$$\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$$

2. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 실수}\}$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $\sqrt{3} \notin A$

③ $A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$

④ 집합 A 는 무한집합이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이다.

해설

① $3 > 2$ 이므로 $3 \notin A$ 이다.

② $1^2 < (\sqrt{3})^2 < 2^2$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} \in A$

③ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 은 모두 1보다 작으므로

$A \neq \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이다.

⑤ $\frac{3}{2} \in A$ 이므로 공집합이 아니다.

3. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset \emptyset$

② $C \not\subset B$

③ $A \subset C$

④ $B \subset A$

⑤ $C \subset A$

해설

① A 가 공집합인지는 알 수 없다.

② $B = C$ 이면, $C \subset B$ 이다.

④ $A \neq B$ 이면, $B \not\subset A$ 이다.

⑤ $A \neq C$ 이면, $C \not\subset A$

4. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

5. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉦

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉡ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

6. 두 집합 $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 집합 $C = \left\{ x \mid x = \frac{a+b}{2}, a \in A, b \in B \right\}$ 일 때, 다음 중 집합 C 의 원소가 아닌 것은?

① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$a \in A$, $b \in B$ 이므로 a 는 1, 3, 4, 5 중의 하나이고, 그 각각에 대하여 b 는 6, 8이 될 수 있다.

(i) $a = 1$ 일 때, $x = \frac{1+6}{2}, \frac{1+8}{2}$

$\therefore x = \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(ii) $a = 3$ 일 때, $x = \frac{3+6}{2}, \frac{3+8}{2}$

$\therefore x = \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

(iii) $a = 4$ 일 때, $x = \frac{4+6}{2}, \frac{4+8}{2}$

$\therefore x = 5, 6$

(iv) $a = 5$ 일 때, $x = \frac{5+6}{2}, \frac{5+8}{2}$

$\therefore x = \frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

$\therefore C = \left\{ \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2} \right\}$

7. 다음 중 집합의 원소를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① 5보다 작은 자연수의 모임 $\rightarrow 1, 2, 3, 4$

② 10이하의 소수의 모임 $\rightarrow 2, 3, 5$

③ 우리 나라 사계절의 모임 $\rightarrow$ 봄, 여름, 가을, 겨울

④ 사군자의 모임 $\rightarrow$ 매화, 난초, 국화, 대나무

⑤ 8의 약수의 모임 $\rightarrow 1, 2, 4, 8$

해설

② 10이하의 소수의 모임 $\rightarrow 2, 3, 5, 7$

8. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{0\}$

② $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

③ $\{x|x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{0\}$

② $\{1\}$

⑤ $\{1\}$

9. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 모든 진부분집합의 개수는 x 개 이고, 집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합이 모두 y 개 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 28

④ 35

⑤ 36

해설

집합 A 의 진부분집합의 개수는

$$x = 2^5 - 1 = 31$$

집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{a, b, c\}$ 와 서로소인 집합은 $\{d, e\}$ 의 부분집합 개수와 같다.

$$y = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

$$\therefore x + y = 35$$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 부분집합이 아닌 것은?

① $\{12\}$

② $\{8, 12\}$

③ $\{12, 16\}$

④ $\{8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 12, 16, 20\}$

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16\}$$

4, 12를 제외한 $\{8, 16\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1개인 부분집합 : $\{8\}, \{16\}$

원소가 2개인 부분집합 : $\{8, 16\}$

이고, 각각의 집합에 원소 12를 넣으면 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이 된다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 18 은 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 12 개

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로, $2^{(\text{홀수, 18을 뺀 원소의 개수})} = 2^{6-3-1} = 2^2 = 4(\text{개})$

12. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수 중 한 자리수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } a \text{보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여
 $n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로
 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$ 가 3이 되려면
 a 는 4가 되어야 한다.

13. 두 집합 $A = \{2a, a + 6, 3a - 1\}$, $B = \{2a + 1, a + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8, 10, 11\}$, $B = \{6, 8, 9\}$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4, 5, 8\}$, $B = \{4, 5, 8\}$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6, 8, 9\}$, $B = \{5, 7, 8\}$

$\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다. (i), (ii), (iii) 으로부터 $a = 2$

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

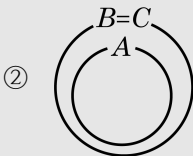
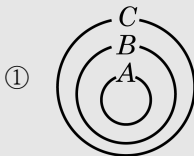
② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설



③ 예를 들어 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

15. 세 집합 A, B, C 가 $(A \cap B) \subset (A \cap C)$, $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ 를 만족한다.
이 사실로 알 수 있는 것은?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

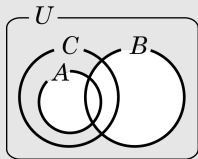
③ $A \subset C$

④ $C \subset A$

⑤ $B \subset C$

해설

벤다이어그램에서 $(A \cap B) \subset (A \cap C)$ 이고
 $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ 가 되려면
 $A = A \cap C$ 이어야 하므로
 $\therefore A \subset C$



16. 두 집합 $A = \{x|1 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x|3 < x < 7\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 를 $X = \{x|p \leq x \leq q\}$ 라 할 때, q 의 최솟값과 최댓값을 차례대로 쓰면?

① 1, 3

② 1, 5

③ 1, 7

④ 3, 5

⑤ 3, 7

해설

조건에서 $X \subset A$, $(A - B) \subset X$ 즉, $\{x|1 \leq x \leq 3\} \subset X \subset \{x|1 \leq x \leq 5\}$

$X = \{x|p \leq x \leq q\}$ 에서 $p = 1$, $3 \leq q \leq 5$

17. 집합 $A = \{x \mid 2 \leq x < a \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 16개가 되기 위한 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2^{n(A)} = 16 = 2^4 \quad \therefore n(A) = 4$$

$$A = \{2, 3, 4, 5\} = \{x \mid 2 \leq x < 6 \text{인 자연수}\}$$

$$\therefore a = 6$$

18. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$

㉡ $\{b\} \in S$

㉢ $\{b, c, d\} \in S$

㉣ $c \in S, d \in S$

㉤ $\{c, d\} \subset S$

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다.
따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은

$\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

20. 집합 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 열을 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{16}$ 이라 하고, B_1 의 원소의 총합을 a_1 , B_2 의 원소의 총합을 $a_2, \dots, B_{16}$ 의 원소의 총합을 a_{16} 이라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{16}$ 의 값은?

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

집합 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수는 모두 16개인데 실제로 나열해 보지 않고서도 해결할 수 있다.

즉, -1 을 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개

0 을 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개

1 을 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개

2 를 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개이므로 원소의 총합은

$$8(-1 + 0 + 1 + 2) = 16$$