1. 다음 중 360 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 1, 2, 3　② 2, 3　③ 2
④ 3, 5　⑤ 2, 3, 5

해설
$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5 이다.

2. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$\frac{140}{x} = y^2$ 에서

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

$x = 5 \times 7$

$2^2 = y^2$

$2 = y$

$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$

3. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

4. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3,\ b = 1$

5. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 1 ② 2^2 ③ 2×5
④ 5^2 ⑤ $2^2 \times 5$

해설
두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

6. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$
② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$
③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$
④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$
⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

7. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누너주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7,\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7,\ 70 = 2 \times 5 \times 7$

56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

8. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분　　② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분　　④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10 , 15 , 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 5 & 10 & 15 & 18 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 18 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 1 & 3 \end{array}$$

$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

9. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ B 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

10. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$28 \times a = b^2$ 에서
$28 = 2^2 \times 7$
$a = 7$
$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$
$2^2 \times 7^2 = b^2$
$b = 2 \times 7 = 14$

11. x는 96의 약수일 때, x값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 2 ② 2×3 ③ $2^2\times3$

④ 2×3^3 ⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2\times2\times2\times2\times2\times3 = 2^5\times3$ 이므로 2×3^3은 96의 약수가 아니다.

12. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① $2^3 \times 3^2$ ② $3^4 \times 5^3$ ③ 96

④ $3 \times 5^2 \times 7$ ⑤ 330

해설

①12개
②20개
③12개
④12개
⑤16개

13. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
$13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
$2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

14. 두 자연수의 공약수가 36의 약수와 같을 때, 두 수의 공약수의 개수는?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 36을 소인수분해하면 $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이다.
따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 9개이다.

15. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$ 와 $2 \times 3 \times 5^b$ 의 최소공배수가 360 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 3,\ b = 1$ 이다.
$\therefore\ a \times b = 3 \times 1 = 3$

16. 다음 중 두 자연수 $2^2\times3\times5$, $2\times3^3\times5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^2\times3^3\times5$ ③ $2^2\times3^3\times5^2$
④ $2^3\times3^3\times5$ ⑤ $2^3\times3^3\times5^3$

해설
최소공배수 : $2^2\times3^3\times5$
공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2\times3^3\times5$ 의 배수가 된다.

17. 두 수 $2^2 \times 3$과 $2^2 \times 5$의 공배수를 옳게 표현한 것은?

① 30의 약수 ② 30의 배수 ③ 60의 약수
④ 60의 배수 ⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

18. $10\times x$, $12\times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

19. 세 변의 길이가 각각 $66\,\mathrm{m}$, $84\,\mathrm{m}$, $78\,\mathrm{m}$ 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루　② 18 그루　③ 24 그루
④ 38 그루　⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

20. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9 의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

21. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 33　② 40　③ 51　④ 65　⑤ 71

해설

$\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39} = \frac{56}{39}$ 이므로

$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$

$\therefore a-b = 78-7 = 71$

22. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 3^2 ③ 2^3
④ $2^2 \times 3$ ⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

23. 가로의 길이가 54cm, 세로의 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로
$54 = 2 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
$\therefore\ a = 18$
정육면체의 개수는
$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
$\therefore\ b = 90$
$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

24. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 명

▷ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45+3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
귤 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56-2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77-5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.
따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6 이고 6 의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6 명이다.

25. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,

$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,

$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$

$\therefore$(순서쌍 (a, b) 의 개수)$= 4$ (개)