

1. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right) \left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?

① -9

② -8

③ -6

④ -5

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right) \left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5\end{aligned}$$

2. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은?

① -30

② -24

③ -18

④ -12

⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24\end{aligned}$$

3. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

① $4x^2 - 3y^2 - 1$

② $4x^2 - 9y^2 - 1$

③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1) \\ &= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\} \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$

4. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

5. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx + 8$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로
 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

6. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx - 3$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$ 이므로
 $A+B = C, AB = -3$ 이다. 따라서 $C = (1-3, -1+3, 3-1, -3+1) = (-2, 2)$ 이다.

7. 상수 a, b, c 에 대하여 $(3x+a)(bx+5) = 6x^2 + cx - 10$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$(3x+a)(bx+5) = 3bx^2 + (15+ab)x + 5a$$

$$3bx^2 + (15+ab)x + 5a = 6x^2 + cx - 10$$

$$3b = 6 \quad \therefore b = 2$$

$$5a = -10 \quad \therefore a = -2$$

$$15 + ab = c, \quad 15 + (-2) \times 2 = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore c = 11$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + 2 + 11 = 11$$

8. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x + a)(bx + 6) = 10x^2 + cx - 54$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(5x + a)(bx + 6) = 5bx^2 + (30 + ab)x + 6a$$

$$5bx^2 + (30 + ab)x + 6a = 10x^2 + cx - 54$$

$$5b = 10 \quad \therefore b = 2$$

$$6a = -54 \quad \therefore a = -9$$

$$30 + ab = c, \quad (30 - 18) = 12 \quad \therefore c = 12$$

$$\therefore a + b + c = -9 + 2 + 12 = 5$$

9. $(x - 2y - 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

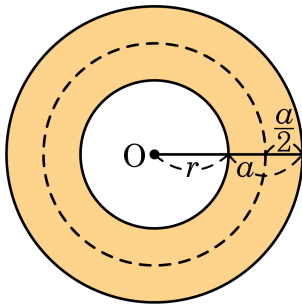
$$\begin{aligned} & (x - 2y - 1)(x - 2y - 1) \\ &= x^2 - 2xy - x - 2xy + 4y^2 + 2y - x + 2y + 1 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1 \end{aligned}$$

x^2 의 계수는 1 , x 의 계수는 -2 , 상수항은 1 이다.

따라서 $A = 1$, $B = -2$, $C = 1$ 이다.

$$\therefore A + B + C = 1 - 2 + 1 = 0$$

10. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

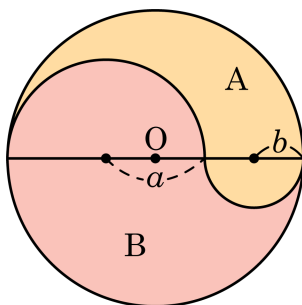
해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2)$$

$$= \pi(ab + b^2)$$

(B의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2)$$

$$= \pi(ab + a^2)$$

$$\therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$$

$$= \pi(a^2 - b^2)$$

$$= \pi(a-b)(a+b)$$

12. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \end{aligned}$$

$2y - 4z = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \end{aligned}$$

$A = 2y - 4z$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \end{aligned}$$

$\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $2 + 16 + (-4) = 14$

13. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3

② 6

③ 9

④ 15

⑤ 21

해설

$x - y = A$, $x + 2y = B$ 라 하면

$$(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$$

$$= (A + 2)(A + 3) - (B - 3)^2$$

$$= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$$

$$= (x - y)^2 + 5(x - y) + 6 - (x + 2y)^2 + 6(x + 2y) - 9$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$$

$$= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$$

∴ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : $-3 - 6 + 11 + 7 = 9$

14. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + 6$

④ $x^2 + 36$

⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned}x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\&= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\&= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\&= (x - 6)(x + 6) \\&= x^2 - 36\end{aligned}$$

15. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$

⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$x = a(a - 6) = a^2 - 6a$$

$$(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$$

$$= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\}$$

$$= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7)$$

$$= (x + 8)(x - 7)$$

$$= x^2 + x - 56$$

16. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5$$

$$\therefore x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17$$

17. $x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 나머지가 $x+1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -7$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 몫을 $x+p$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 13$$

$$= (x-6)(x+1)(x+p) + x+1$$

$$= x^3 + (p-5)x^2 + (-5p-5)x - 6p + 1$$

계수를 비교해보면

$$a = p - 5$$

$$b = -5p - 5$$

$$13 = -6p + 1 \text{ 에서 } p = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -7, b = 5$$

18. $x + y + z = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ 일 때, $xy + yz + zx$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{ 이므로 } 5 = 1 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore (xy + yz + zx) = -2$$

19. $x^2 = 2$ 일 때, $(x+1)^8(x-1)^{12}$ 을 간단히 하면 $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + 1$ 이 된다. 이때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}(x+1)^8(x-1)^{12} &= (x+1)^8(x-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x^2-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x-1)^4 \quad (\because x^2 = 2)\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}(x-1)^4 &= (x-1)^2(x-1)^2 \\ &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$

이고, $A = -4$, $B = 4$, $C = -4$ 이므로
 $A + B + C = -4$ 이다.

20. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^{10} + \frac{1}{x^{10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 양변에 $(x - 1)$ 을 곱하면

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0,$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

또한, $x^2 + x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x + \frac{1}{x} = -1$,

따라서 $x^{10} = (x^3)^3 \times x = x$ 이므로 $x^{10} + \frac{1}{x^{10}} = x + \frac{1}{x} = -1$ 이다.