

1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. $x - y = 1$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식 $3x^2 - 5x + 1 = ay^2 + by + c$ 이 항상 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = y + 1$ 을 주어진 식에 대입한 후,
 y 에 대한 내림차순으로 정리한다.

$$3(y + 1)^2 - 5(y + 1) + 1 = ay^2 + by + c$$

$$(3 - a)y^2 + (1 - b)y - 1 - c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 1, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

3. 두 점 A(-2, -1), B(1, 3)을 잇는 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q의 좌표는?

- ① (5, -1) ② $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ ③ $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$ ⑤ (3, 1)

해설

$$\left(\frac{3+2}{3-1}, \frac{9+1}{3-1}\right) = \left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

4. 두 점 $A(-1, 3)$, $B(2, 4)$ 을 이은 선분 \overline{AB} 의 기울기는?

① $\frac{1}{3}$

② 1

③ 2

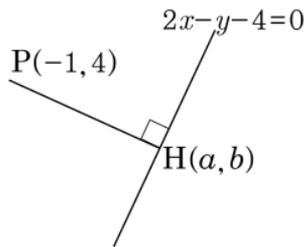
④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore m = \frac{4 - 3}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

5. 다음 그림과 같이 점 $P(-1, 4)$ 에서 직선 $2x - y - 4 = 0$ 에 내린 수선의 발을 $H(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

\overline{PH} 는 점 $P(-1, 4)$ 를 지나고

기울기가 $-\frac{1}{2}$ 인 직선이므로

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \dots\dots \textcircled{7}$$

따라서, 두 직선의 교점이 $H(a, b)$ 이므로

$\textcircled{7}$ 과 $2x - y - 4 = 0$ 을 연립하여 풀면

$x = 3, y = 2$ 이다.

$$\therefore a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

6. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} & ax^3 + bx^2 + 1 \\ &= (x^2 - x - 1)(ax - 1) \\ &= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1 \end{aligned}$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

7. $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

① $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④ $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

8. 두 점 $A(1, 5)$, $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 13$

② $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 52$

③ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 13$

④ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 13$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점 A , B 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 13$$

9. 이차방정식 $x^2 + y^2 + kx - 2ky + k^2 + k = 0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 상수 k 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k \leq 4$

② $\frac{1}{4} \leq k \leq 4$

③ $0 < k < 4$

④ $k \leq 0$ 또는 $k \geq 4$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 4$

해설

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - k)^2 = \frac{k^2}{4} - k$$

원이 되려면 $\frac{k^2}{4} - k > 0$ 이 성립해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k - 4)k > 0$$

$$\Rightarrow k < 0 \text{ 또는 } k > 4$$

10. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10

② 8

③ 6

④ 5

⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면
 y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
 $r = |a|$ 이다.

$$\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots \textcircled{A}$$

\textcircled{A} 이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$$

$$\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{B}$$

\textcircled{A} 이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$$

$$b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \times 2 - \textcircled{B} \text{ 에서 } b^2 - 6b - 7 = 0, (b+1)(b-7) = 0$$

$$\therefore b = -1, 7$$

이때, \textcircled{B} 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$

$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } 10$$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

11. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < k < 2$

② $0 < k < 4$

③ $-4 < k < 0$

④ $-2 < k < 0$

⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

12. 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서 원에 그은 접선의 x 절편은?

- ① -10 ② $-\frac{10}{3}$ ③ -1 ④ 10 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

점 $(1, -3)$ 에서 그은 접선의 방정식은

$$1x - 3y = 10$$

x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 좌표이므로 $x = 10$

13. 다음 중 직선 $y = -3x$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨 직선의 식은?

① $y = -3x - 2$

② $y = 3x + 2$

③ $y = -3x + 2$

④ $y = -3x + 4$

⑤ $y = 3x - 4$

해설

직선 $y = -3x$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 2 만큼 평행이동 시킨 직선은

$$y - (-2) = -3x$$

$$\therefore y = -3x - 2$$

14. 방정식 $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 의 도형을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$

② $x^2 + y^2 = 5$

③ $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

④ $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$

⑤ $x^2 - y^2 + 2x + 4y = 0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

15. $3x^3 - 5x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -16 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}
 a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d &= (x-1) \{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d \\
 &= (x-1)(x-1)[a(x-1) + b] + c + d \text{ 이므로} \\
 &\text{조립제법을 쓰면}
 \end{aligned}$$

1	3	0	-5	2	
		3	3	-2	
1	3	3	-2	0	← d
		3	6		
1	3	6	4		← c
		3			
	3	9			← b
	↑				
	a				

$$a + b + c + d = 3 + 9 + 4 + 0 = 16$$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.

16. $x^4 + 4y^4$ 의 인수인 것은?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2y^2$

③ $x^2 + xy + 2y^2$

④ $x^2 - xy + 2y^2$

⑤ $x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 4y^4 &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)\end{aligned}$$

17. 다항식 M 이 두 다항식 A, B 의 공약수라 할 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ① M 은 $A - B$ 의 약수이다.
- ② M 은 $A, A + B$ 의 공약수이다.
- ③ M 은 $A + B$ 의 약수이다.
- ④ M^2 은 $AB + B^2$ 의 약수이다.
- ⑤ M^2 은 $AB - B$ 의 약수이다.

해설

$A = MP, B = MQ$ 라 하자.

- ① $A - B = M(P - Q)$ (참)
- ② $A = MP, A + B = M(P + Q)$ (참)
- ③ $A + B = M(P + Q)$ (참)
- ④ $AB + B^2 = M^2(PQ + Q^2)$ (참)
- ⑤ $AB - B = M(MPQ - Q)$ (거짓)

18. 두 점 $A(1,1)$, $B(4,3)$ 에 대하여 점 P 가 x 축 위의 점 일때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① 5

② $2\sqrt{2}$

③ $4\sqrt{2}$

④ $8\sqrt{2}$

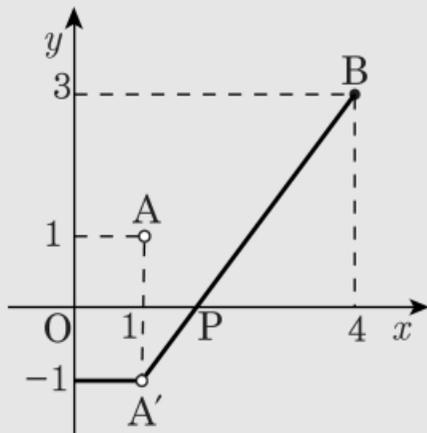
⑤ 8

해설

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $A(1,1)$ 을 x 축에 대해 대칭이동시킨 $A'(1,-1)$ 과 $B(4,3)$ 을 잇는 선분의 길이와 같다.

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이므로

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{25} = 5$$



19. 삼각형 ABC의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 변 BC의 중점의 좌표를 (a, b)라 할 때, a + b의 값을 구하면?

① -3

② 0

③ 2

④ 5

⑤ 7

해설

점 B(X, Y)라 하면,

$$\overline{AB} \text{의 중점} : \left(\frac{X+5}{2}, \frac{Y+4}{2} \right) = (-1, 3)$$

$$\therefore X = -7, Y = 2$$

이제 점 C(x, y)라 하면,

$$\text{무게중심은} \left(\frac{5 + (-7) + x}{3}, \frac{4 + 2 + y}{3} \right) = (1, 2)$$

$$\therefore x = 5, y = 0$$

\therefore 변 BC의 중점은

$$\left(\frac{-7 + 5}{2}, \frac{2 + 0}{2} \right) = (-1, 1)$$

20. 직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 두 점 A, B의 중점 M의 좌표는 (2, 3)이다. 이 때, 직선 l 의 방정식은?

① $y = -2x + 2$

② $y = -\frac{3}{2}x + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}x + 2$

④ $y = -\frac{3}{2}x + 6$

⑤ $y = \frac{2}{3}x + 6$

해설

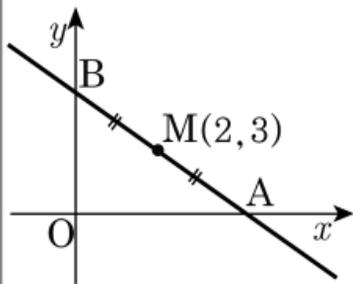
A, B의 중점이 (2, 3)이므로

A(4, 0), B(0, 6) 직선 l 의 x 절편이 4, y

절편이 6 이므로

직선의 방정식은 $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} + 1$ 이다.

$\therefore y = -\frac{3}{2}x + 6$



21. $a + b + c = 7$, $a^2 + b^2 + c^2 = 21$, $abc = 8$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① 26

② 48

③ 84

④ 96

⑤ 112

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$49 = 21 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 14$$

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= (14)^2 - 2(8 \times 7)$$

$$= 84$$

22. 다항식 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 가 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,
 $f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

① 0

② a_0

③ a_1

④ a_5

⑤ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) = 0$

$\therefore f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는 $f(f(\alpha))$

$$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$$

23. $2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12$ 를 x, y 의 두 일차식의 곱으로 인수분해하면, $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12 \quad (\leftarrow x \text{에 관하여 정리})$$

$$= 2x^2 + (y + 10)x - (y^2 - 4y - 12)$$

$$= 2x^2 + (y + 10)x - (y + 2)(y - 6)$$

$$= \{x + (y + 2)\}\{2x - (y - 6)\}$$

$$= (x + y + 2)(2x - y + 6)$$

$$\therefore a = 1, b = 2, c = -1, d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 8$$

24. 세 꼭짓점이 $A(-1, -1)$, $B(4, 3)$, $C(0, 1)$ 인 $\triangle ABC$ 에서 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} 를 2 : 3으로 내분하는 점을 각각 D , E , F 라 하자. $\triangle DEF$ 의 무게중심을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 각 변을 $m : n$ 으로 내분하는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심은 $\triangle ABC$ 의 무게중심과 일치한다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심은

$$\left(\frac{-1 + 4 + 0}{3}, \frac{-1 + 3 + 1}{3} \right),$$

즉 $(1, 1)$ 이므로 $\triangle DEF$ 의 무게중심은 $(1, 1)$ 이다.

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

25. 원 $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭 이동하면 원 $x^2 + y^2 = c$ 가 된다고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -15

② -13

③ 12

④ 17

⑤ 22

해설

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$y = ax + b \text{ 와 } (4, 2) \text{ (0, 0)}$$

선분은 서로 수직하므로

$$\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

$y = ax + b$ 는 $(4, -2)$ 와 $(0, 0)$ 의 중점을 지나므로

$$\left(\frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2} \right) = (2, -1)$$

$$-1 = 2a + b$$

$$\therefore b = -5 (\because a = 2)$$

원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$$

