

1. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$

② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$

③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$

④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

2. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(x)$ 의 상수항을 포함한 모든 계수들의 합을 구하면?

① $3^{30} + 1$

② $3^{30} - 1$

③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$

④ $\frac{1}{3}(3^{30} - 1)$

⑤ 0

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

양변에 $x=3$ 을 대입 하면, $3^{30} = R$

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + 3^{30}$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면, $1 = -2Q(1) + 3^{30}$

$$\therefore Q(1) = \frac{1}{2}(3^{30} - 1)$$

※ 다항식에서 상수항을 포함한 모든 계수의 합은 문자대신 1을 대입한 값과 같다.

3. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

4. 등식 $\frac{2x^2 + 13x}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 A, B, C 의 값을 정할 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

양변에 $(x+2)(x-1)^2$ 을 곱하면

$2x^2 + 13x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$ 에서

$x = 1, -2, 0$ 을 차례로 대입하여 A, B, C 를 구하면

$B = 5, C = -2, A = 4$

$\therefore A + B + C = 7$

5. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하면?

① 12

② 32

③ 52

④ 82

⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 (*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$

6. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
 ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$$

$$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

7. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2 - 2$

② $2x^2 + x + 1$

③ $2x^2 + x - 1$

④ $2x^2 + x + 2$

⑤ $2x^2 + x - 2$

해설

최소공배수 : $x^3 + x^2 - 2x = x(x-1)(x+2)$

최대공약수 : $(x-1)$

따라서 두 다항식은 $x^2 - x$, $x^2 + x - 2$

$\therefore 2x^2 - 2$

8. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$x^2 - x$ 를 X 로 치환하면

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$$

$$= (X + 1)(X - 3) - 5$$

$$= X^2 - 2X - 3 - 5$$

$$= X^2 - 2X - 8$$

$$= (X - 4)(X + 2)$$

$$= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2)$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

9. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ $\therefore d = \sqrt{14}$

$$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$= 6^2 - 22 = 14$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$

② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R

③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$

④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R

⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R = (2x - 1) \frac{1}{2} Q(x) + R$$

11. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

12. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 두 다항식은 $(x - 1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x - 1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
- ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
- ③ $4(x - 1)^3(x + 2)^2(x^2 + x + 1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
- ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x - 1)$ 이다.
- ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x + 2)(x - 1)^2(x^2 + x + 1)$ 이다.

해설

$$2x^2 + 2x - 4 = 2(x - 1)(x + 2)$$

$$4x^3 - 4 = 4(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\text{최대공약수} : 2(x - 1)$$

$$\text{최소공배수} : 4(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1)$$

13. $(a + 1)(a^2 - a + 1) = a^3 + 1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a - 1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

14. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

15. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

16. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8	← c	
	↑			
	a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

17. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1, x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

18. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가 $3x + 4$ 가 되도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는

$$(a - b + 16)x + 4b - 8$$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \cdots \textcircled{\ominus}$$

$\textcircled{\ominus}$ 이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.

19. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2$, $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

20. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

21. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 3 & 1 & 1 & -8 & -12 \\
 & & 3 & 12 & 12 \\
 \hline
 -2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\
 & & -2 & -4 & \\
 \hline
 -2 & 1 & 2 & 0 & \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & &
 \end{array}$$

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \square = (x+2)^2$$

22. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned}ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y)\end{aligned}$$

23. x 에 대한 항등식 $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -5$

▷ 정답: $c = -1$

해설

계수비교법에 의하여 동차의 계수가 같아야 한다.

$\therefore a = 2, b = -5, c = -1$

24. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

25. $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

① $-x^4y^5$

② xy^5

③ $-x^5y^4$

④ $-xy^5$

⑤ x^2y^5

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$