

1. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 14

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 14 는 합성수이다.

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

3. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

4. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

5. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

6. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

7. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

① 2, 6

② 3, 7

③ 4, 10

④ 8, 12

⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

8. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

① 12

② 24

③ 40

④ 108

⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

9. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$

㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$

㉢ $4 \times 4 = 2^4$

㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$

㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

① 0 개

② 1 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$

㉢ $4 \times 4 = 2^2 \times 2^2$

㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

10. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

① $a = 25, b = 1$

② $a = 25, b = 2$

③ $a = 125, b = 1$

④ $a = 125, b = 2$

⑤ $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125, b = 2$ 이다.

11. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $72 = 2^3 \times 3^2$

㉡ $105 = 5 \times 21$

㉢ $147 = 3 \times 7^2$

㉣ $225 = 3^3 \times 5^3$

㉤ $240 = 2^3 \times 5 \times 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $105 = 3 \times 5 \times 7$

㉣ $225 = 3^2 \times 5^2$

㉤ $240 = 2^4 \times 3 \times 5$

12. 두 자연수 28, 126 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는 2×7

\therefore 약수의개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

13. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

14. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

- ① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$$56 = 2^3 \times 7, \quad 84 = 2^2 \times 3 \times 7, \quad 70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$56, 84, 70 \text{ 의 최대공약수는 } 2 \times 7 = 14$$

15. 어떤 수로 70 을 나누면 나누어 떨어지고, 24 를 나누면 4 가 모자라고, 43 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

어떤 수는 70, $24 + 4 = 28$, $43 - 1 = 42$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 14 이다.

16. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$810 = 9 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 90$$

17. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

18. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

19. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\times 5^4$ 에서 = a^x 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로

$$(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$$

$$x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\text{input} = 2^3 = 8$$

20. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

$$2 \overline{) 12}$$

$$2 \overline{) 6}$$

3

$$2 \overline{) 36}$$

$$2 \overline{) 18}$$

$$3 \overline{) 9}$$

3

$$2 \overline{) 40}$$

$$2 \overline{) 20}$$

$$3 \overline{) 10}$$

5

$$\therefore 12 = 2^2 \times 3 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40 = 2^3 \times 5$$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

21. 어느 역에서 버스는 12 분마다, 전철은 18 분마다 출발한다고 한다. 역에서 버스와 전철이 동시에 출발하였다면 다음에 동시에 출발하는 것은 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

12 와 18 의 최소공배수는 36 이므로, 다음에 동시에 출발하는 것은 36 분 후이다.

22. 다음 두 자연수의 최소공배수가 288 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \end{array}$$

$$\text{최대공약수} : 2^2 \times 3 \times a = 96$$

$$\text{최소공배수} : 2^3 \times a$$

$$a = 288 \div 8 \div 3 = 12$$

따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 48$ 이다.

23. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$$

$$2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$$

$$144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.

주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.

주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.

주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로
 $(a + b + c) \times d = (3 + 2 + 1) \times 1 = 6$ 이다.

24. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수는 } 2^3 \times 3^2 = 72$$

$$\text{톱니바퀴 } A \text{ 는 } 72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$$

$$\text{톱니바퀴 } B \text{ 는 } 72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$$

$$\text{톱니바퀴 } C \text{ 는 } 72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

25. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110

② 111

③ 112

④ 113

⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x + 3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.

따라서 $x + 3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x + 3 = 40$, $x + 3 = 80$ 이다.

$x = 37, 77$ 이다. 따라서 $37 + 77 = 114$ 이다.