

1. 세 수 $1 + \sqrt{2}$, $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2}$

해설

$$1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

따라서 $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$ 이다.

2. $3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \square\sqrt{5}$ 의 수로 나타내었을 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3\sqrt{2 \times \frac{5}{2}} = 3\sqrt{5}$$

3. $3 < \sqrt{x} \leq 4$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$3 < \sqrt{x} \leq 4$ 의 각 변을 제곱하면 $9 < x \leq 16$
따라서, 부등식을 만족하는 자연수 x 는
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 총 7개이다.

4. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.
 - ② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 - ③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 - ⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

- ① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = x^2 - 3$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

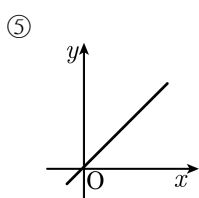
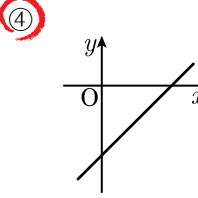
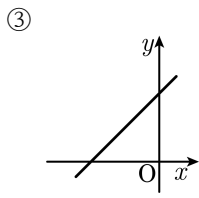
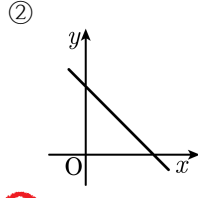
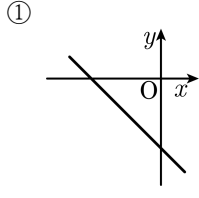
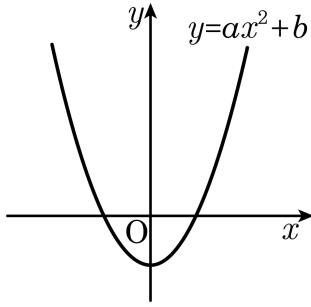
④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

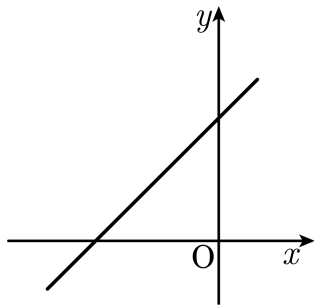
6. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + b$ 의 그래프는?



해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

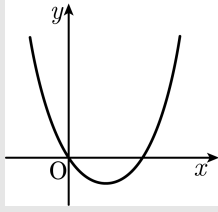
7. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



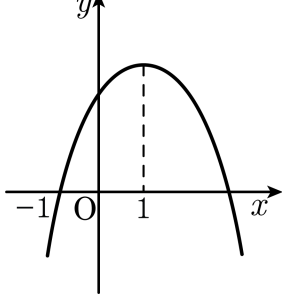
- ① x 축 위 ② y 축 위 ③ 제 1 사분면
④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



8. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



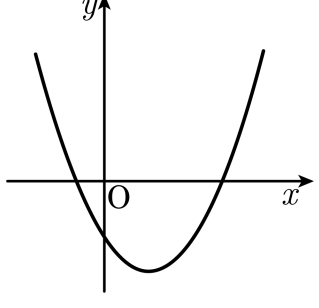
- ① $ab < 0$
- ② $bc > 0$
- ③ $ac > 0$
- ④ $abc < 0$
- ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서
 $x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고
 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호는?

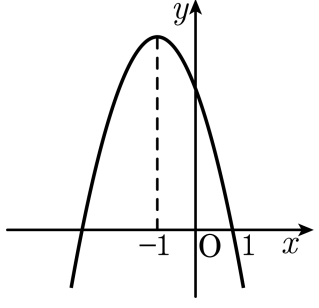


- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a > 0, b < 0, c < 0$
- ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
- ⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.

10. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$

㉡ $ac < 0$

㉢ $a - b + c > 0$

㉣ $a + b + c < 0$

㉤ $4a - 2b + c > 0$

㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

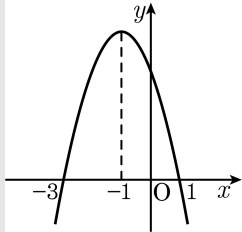
㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.

㉡ $a < 0, c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.

㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$

㉣ $f(1) = a + b + c = 0$

㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$$

$$\text{㉥ } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$$

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

12. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.

㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.

㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.

㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.

㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.

㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.

㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

- ㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- ㉢ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

13. 이차방정식 $9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{3}$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}, \quad 9x^2 - 2 = 3x$$

$$9x^2 - 3x - 2 = 0, \quad (3x + 1)(3x - 2) = 0$$

$$x \geq 0 \text{ 이므로 } x = \frac{2}{3}$$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$9x^2 - 2 = 3\sqrt{x^2}, \quad 9x^2 - 2 = -3x$$

$$9x^2 + 3x - 2 = 0, \quad (3x - 1)(3x + 2) = 0$$

$$x < 0 \text{ 이므로 } x = -\frac{2}{3}$$

(i), (ii) 에서 $x = \pm \frac{2}{3}$

14. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

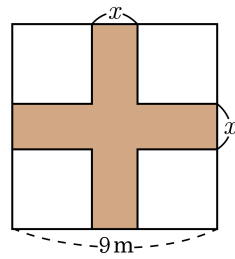
$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

15. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

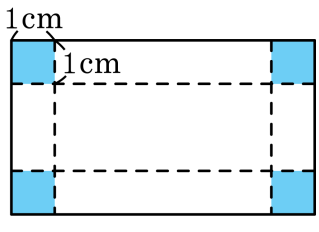
- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m



해설

$$\begin{aligned} 9x + 9x - x^2 &= 32 \\ (x - 2)(x - 16) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (\because x < 9) \end{aligned}$$

16. 가로가 세로보다 3cm 더 긴 직사각형 모양의종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 1cm 인 정사각형을 잘라 부피가 10cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 28cm^2

해설

세로의 길이 : $x\text{cm}$, 가로의 길이 : $(x+3)\text{cm}$ 라고 하면
 $(x-2)(x+3-2) \times 1 = 10$
 $x^2 - x - 2 - 10 = 0$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x-4)(x+3) = 0$, $x = 4(\text{cm})$
따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+3) = 4(4+3) = 28(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0이다.
- ② $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ③ $x = 0$ 일 때 $y = 0$ 이고, y 의 최댓값은 0이다.
- ④ 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록하다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

③ 아래로 볼록한 그래프이므로 $x = 0$ 일 때 y 의 최솟값이 0이다.

18. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 축의 방정식이 $x = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = x^2 + ax + 2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$$

축이 $x = 2$ 이므로 $-\frac{a}{2} = 2$,

$$\therefore a = -4$$

19. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

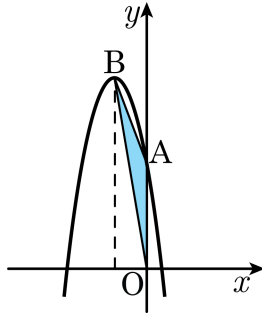
▷ 정답 : $x > -1$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 9 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9 \\&= 2(x + 1)^2 + 7\end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

20. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y 축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



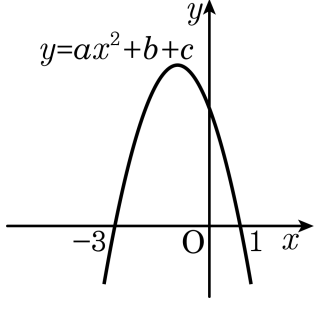
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x + 3)^2 + 17$ 이므로 B(-3, 17)

A(0, 8)이므로 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

21. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

22. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1.\cdots}{2.\cdots} = 0.\cdots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

23. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

24. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 (\because n > 0)$$

25. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$