

1. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진
순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,
 $M + 2m$ 의 값을 구하면?

- ① -9 ② -13 ③ -18 ④ -22 ⑤ -26

해설

$1 < x + 5y < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면
 $-10 < -2x - 10y < -2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢} + \textcircled{㉣} = -12 < -3 < 1$
그러므로, $-\frac{1}{3} < y < 4$
그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$
이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면
 $(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$
따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,
최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.
 $\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$

2. $|x + 1| < 4$, $2 < y < 4$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 범위는?

① $-\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$

② $-\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < \frac{5}{2}$

③ $-\frac{5}{4} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < \frac{5}{4}$

해설

$$|x + 1| < 4$$

$$\Rightarrow -4 < x + 1 < 4$$

$$\Rightarrow -5 < x < 3, \quad 2 < y < 4$$

$$\text{취할 수 있는 } \frac{x}{y} \text{ 의 최댓값 : } \frac{3}{2}$$

$$\text{취할 수 있는 } \frac{x}{y} \text{ 의 최솟값 : } -\frac{5}{2}$$

$$\therefore -\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{2}$$

3. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면
 $1 \leq -x \leq 2$
다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$
각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$
각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$
 $\therefore p=3, q=4$
 $\therefore pq=12$

4. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1) = a + b$, $f(2) = 2a + b$
 $f(3) = 3a + b$ 이므로 $f(3) = 2f(2) - f(1)$
조건에서 $2 \leq f(1) \leq 4$ ㉠
 $0 \leq f(2) \leq 3$ ㉡
㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면
 $-4 \leq -f(1) \leq -2$ ㉢
㉡에서 각 변에 2 를 곱하면
 $0 \leq 2f(2) \leq 6$ ㉣
 $\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$
따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 > 4x - 1 \\ 3 - x \leq 2x + 6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

정리하면 $x < 3$, $-1 \leq x$
 $x = -1, 0, 1, 2$ 이므로 4개이다.

6. 다음 연립방정식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립방정식을 골라라.

① $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$

② $\begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 1 한 개다.
② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 1로 한 개다.
④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

7. $2x - 3 > 5$, $3x - 2 < 2x + 7$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

① $2 < x < 5$

② $2 < x < 9$

③ $4 < x < 5$

④ $4 < x < 9$

⑤ $5 < x < 9$

해설

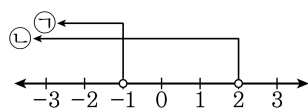
$$2x - 3 > 5 \Rightarrow x > 4$$

$$3x - 2 < 2x + 7 \Rightarrow x < 9$$

따라서 $4 < x < 9$ 이다.

8. 다 음 은 연 립 부 등 식

$$\begin{cases} ax+b < 0 \cdots \textcircled{A} \\ cx+d > 0 \cdots \textcircled{B} \end{cases} \text{의 해를 수}$$



직선 위에 나타낸 것이다. 이 때,
연립부등식의 해는?

- ① $x < -1$ ② $x < 2$ ③ $-1 < x < 2$
④ $-1 \leq x < 2$ ⑤ $x > -1$

해설

$x < -1$ 과 $x < 2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.
 $\therefore x < -1$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+4 < -2x+7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-2 \leq a < -1$
 ④ $-2 < a \leq -1$ ⑤ $-3 < a \leq -2$

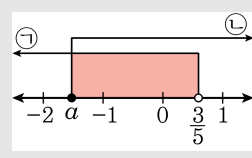
해설

$3x+4 < -2x+7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x \geq a \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$$\therefore -2 < a \leq -1$$

10. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 > -x+9 \\ 5x < 4x+a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 4$

② $3 < a < 4$

③ $4 \leq a < 5$

④ $4 < a \leq 5$

⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x-3 > -x+9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x+a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

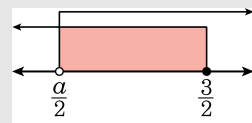
만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

12. 연립부등식 $\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 2x > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 5개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $a > -6$ ② $-8 < a \leq -6$ ③ $a < -8$
 ④ $-8 \leq a < -6$ ⑤ $-8 \leq a \leq -6$

해설

x 의 범위가 그림과 같을 때 5 개의 정수해를 갖는다.



$-4 \leq \frac{a}{2} < -3$ 양변에 2 을 곱하면 $-8 \leq a < -6$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 0.4(x+2) > x-1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 의 정수 해가 1개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$0.4(x+2) > x-1, x < 3$$

$$x-a > 0, x > a$$

따라서 연립부등식의 해 중 정수가 2뿐이어야 하므로 $1 \leq a < 2$ 이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} x+a \geq 3+2x \\ 3(x-1) \geq 2x-5 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 5개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $5 \leq a < 6$ ② $5 < a \leq 6$ ③ $5 \leq a \leq 6$
④ $6 \leq a < 7$ ⑤ $6 < a \leq 7$

해설

1. $x+a \geq 3+2x$
 $x \leq a-3$
2. $3(x-1) \geq 2x-5$
 $x \geq -2$
 $\therefore -2 \leq x \leq a-3$ 만족하는 정수 x 의 개수가 5 개이므로
 $2 \leq a-3 < 3$
 $\therefore 5 \leq a < 6$

15. 연립부등식

$$\begin{cases} x-4 > 3x-8 \\ 2x-a > x+5 \end{cases}$$
가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a > -2$

③ $a \leq -3$

④ $a < -3$

⑤ $a > -3$

해설

$$x-4 > 3x-8, 2 > x$$

$$2x-a > x+5, x > a+5$$

해가 존재하기 위해서 $a+5 < 2$

$$\therefore a < -3$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ 5-x \leq a+3 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 5$

② $a \leq 5$

③ $a > -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \geq -1$

해설

i) $2x-1 < 5, x < 3$

ii) $5-x \leq a+3, x \geq 2-a$

$2-a < 3$

$\therefore a > -1$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow x > a-3 \end{cases}$$

$$a-3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 3$ ② $a < 3$ ③ $a > 6$ ④ $a < 6$ ⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 & \rightarrow & a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 & \rightarrow & 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

$$\therefore a \leq 6$$

19. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2 개

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면 $2(2x+4) \geq 3(x-2)-6x$,
 $4x+8 \geq 3x-6-6x$,
 $x \geq -2$
 $0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6)+0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면 $3(2x-3) \leq 2(x+6)+3$,
 $6x-9 \leq 2x+12+3$,
 $x \leq 6$
 $1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면
 $12x - 5 < 8x + 6$,
 $4x < 11$,
 $x < \frac{11}{4}$
 연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2 의 2 개이다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \leq x-6 \\ 2x+3 \leq 0.5(6x+9) \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -\frac{3}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x \geq -\frac{3}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \leq \frac{3}{2}$

해설

i) $3x-3 \leq x-6, x \leq -\frac{3}{2}$

ii) $2x+3 \leq 0.5(6x+9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x+30 \leq 5(6x+9), x \geq -\frac{3}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

21. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 13

해설

i) $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$ 의 양변에 15 를 곱해 주면,

$$\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$ 의 양변에 10 을 곱해 주면,

$$\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$$

$$\Rightarrow x < 13$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 13$$

22. 연립부등식 $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x$ 를 풀면?

① $-9 < x \leq 3$ ② $-15 < x \leq -10$ ③ $-3 < x \leq 4$

④ $-10 \leq x < 15$ ⑤ $-10 < x \leq 15$

해설

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \text{에서}$$

$$2x - 30 < 5x, 3x > -30, x > -10$$

$$\frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x \text{에서}$$

$$5x \leq 30 + 3x, x \leq 15$$

$$\therefore -10 < x \leq 15$$