

1. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진

순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + 2m$ 의 값을 구하면?

① -9

② -13

③ -18

④ -22

⑤ -26

해설

$$1 < x + 5y < 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$-10 < -2x - 10y < -2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$$

$$\text{그러므로, } -\frac{1}{3} < y < 4$$

그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$

이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면

$$(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$$

따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,

최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.

$$\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$$

2. $|x + 1| < 4$, $2 < y < 4$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 범위는?

① $-\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$

② $-\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < \frac{5}{2}$

③ $-\frac{5}{4} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < \frac{5}{4}$

해설

$$|x + 1| < 4$$

$$\Rightarrow -4 < x + 1 < 4$$

$$\Rightarrow -5 < x < 3, \quad 2 < y < 4$$

취할 수 있는 $\frac{x}{y}$ 의 최댓값 : $\frac{3}{2}$

취할 수 있는 $\frac{x}{y}$ 의 최솟값 : $-\frac{5}{2}$

$$\therefore -\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{2}$$

3. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

4. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b$$

$$f(3) = 3a + b \text{ 이므로 } f(3) = 2f(2) - f(1)$$

$$\text{조건에서 } 2 \leq f(1) \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$0 \leq f(2) \leq 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면

$$-4 \leq -f(1) \leq -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

㉡에서 각 변에 2 를 곱하면

$$0 \leq 2f(2) \leq 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$$

따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 > 4x - 1 \\ 3 - x \leq 2x + 6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수를 구하여
라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

정리하면 $x < 3$, $-1 \leq x$
 $x = -1, 0, 1, 2$ 이므로 4개이다.

6. 다음 연립방정식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립방정식을 골라라.

$$\textcircled{1} \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 1 한 개다.
- ② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
- ③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 1로 한 개다.
- ④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
- ⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

7. $2x - 3 > 5$, $3x - 2 < 2x + 7$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

① $2 < x < 5$

② $2 < x < 9$

③ $4 < x < 5$

④ $4 < x < 9$

⑤ $5 < x < 9$

해설

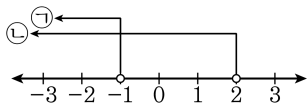
$$2x - 3 > 5 \Rightarrow x > 4$$

$$3x - 2 < 2x + 7 \Rightarrow x < 9$$

따라서 $4 < x < 9$ 이다.

8. 다 음 은 연 립 부 등 식

$$\begin{cases} ax + b < 0 \cdots \textcircled{\Gamma} \\ cx + d > 0 \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases} \quad \text{의 해 를 수}$$



직선 위에 나타낸 것이다. 이 때,
연립부등식의 해는?

① $x < -1$

② $x < 2$

③ $-1 < x < 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $x > -1$

해설

$x < -1$ 과 $x < 2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.

$\therefore x < -1$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 4 < -2x + 7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $-1 \leq a < 0$

② $-1 < a \leq 0$

③ $-2 \leq a < -1$

④ $-2 < a \leq -1$

⑤ $-3 < a \leq -2$

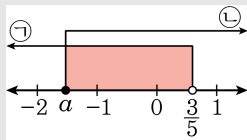
해설

$3x + 4 < -2x + 7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$x \geq a \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

①, ②의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$$\therefore -2 < a \leq -1$$

10. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 > -x + 9 \\ 5x < 4x + a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 4$

② $3 < a < 4$

③ $4 \leq a < 5$

④ $4 < a \leq 5$

⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x - 3 > -x + 9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x + a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

12. 연립부등식 $\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 2x > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 5개일 때, a 의 값의 범위는?

① $a > -6$

② $-8 < a \leq -6$

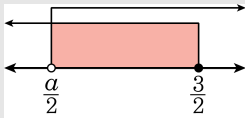
③ $a < -8$

④ $-8 \leq a < -6$

⑤ $-8 \leq a \leq -6$

해설

x 의 범위가 그림과 같을 때 5 개의 정수해를 갖는다.



$-4 \leq \frac{a}{2} < -3$ 양변에 2 을 곱하면 $-8 \leq a < -6$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 0.4(x+2) > x-1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 의 정수 해가 1개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$0.4(x+2) > x-1, x < 3$$

$$x-a > 0, x > a$$

따라서 연립부등식의 해 중 정수가 2뿐이어야 하므로 $1 \leq a < 2$ 이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} x + a \geq 3 + 2x \\ 3(x - 1) \geq 2x - 5 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 5개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $5 \leq a < 6$ ② $5 < a \leq 6$ ③ $5 \leq a \leq 6$
④ $6 \leq a < 7$ ⑤ $6 < a \leq 7$

해설

1. $x + a \geq 3 + 2x$

$$x \leq a - 3$$

2. $3(x - 1) \geq 2x - 5$

$$x \geq -2$$

$\therefore -2 \leq x \leq a - 3$ 만족하는 정수 x 의 개수가 5 개이므로

$$2 \leq a - 3 < 3$$

$$\therefore 5 \leq a < 6$$

15. 연립부등식

$$\begin{cases} x - 4 > 3x - 8 \\ 2x - a > x + 5 \end{cases}$$

가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a > -2$

③ $a \leq -3$

④ $a < -3$

⑤ $a > -3$

해설

$$x - 4 > 3x - 8, 2 > x$$

$$2x - a > x + 5, x > a + 5$$

해가 존재하기 위해서 $a + 5 < 2$

$$\therefore a < -3$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 1 < 5 \\ 5 - x \leq a + 3 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 5$

② $a \leq 5$

③ $a > -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \geq -1$

해설

i) $2x - 1 < 5$, $x < 3$

ii) $5 - x \leq a + 3$, $x \geq 2 - a$

$2 - a < 3$

$\therefore a > -1$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x \\ x - a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x - a > -3 & \rightarrow x > a - 3 \end{cases}$$

$$a - 3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 3$

② $a < 3$

③ $a > 6$

④ $a < 6$

⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 \rightarrow a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

$$\therefore a \leq 6$$

19. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{의 양변에 } 6 \text{을 곱하면 } 2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x,$$

$$4x+8 \geq 3x-6-6x,$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면 } 3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3,$$

$$6x-9 \leq 2x+12+3,$$

$$x \leq 6$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면}$$

$$12x - 5 < 8x + 6,$$

$$4x < 11,$$

$$x < \frac{11}{4}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2의 2개이다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 \leq x - 6 \\ 2x + 3 \leq 0.5(6x + 9) \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -\frac{3}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x \geq -\frac{3}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \leq \frac{3}{2}$

해설

i) $3x - 3 \leq x - 6, x \leq -\frac{3}{2}$

ii) $2x + 3 \leq 0.5(6x + 9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x + 30 \leq 5(6x + 9), x \geq -\frac{3}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

21. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 13

해설

i) $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$ 의 양변에 15 를 곱해 주면,

$$\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$ 의 양변에 10 을 곱해 주면,

$$\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$$

$$\Rightarrow x < 13$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 13$$

22. 연립부등식 $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x$ 를 풀면?

① $-9 < x \leq 3$

② $-15 < x \leq -10$

③ $-3 < x \leq 4$

④ $-10 \leq x < 15$

⑤ $-10 < x \leq 15$

해설

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \text{에서}$$

$$2x - 30 < 5x, 3x > -30, x > -10$$

$$\frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x \text{에서}$$

$$5x \leq 30 + 3x, x \leq 15$$

$$\therefore -10 < x \leq 15$$