

1. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$

2. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$

3. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

4. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개

② 5 개

③ 7 개

④ 9 개

⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

5. 100 이하의 자연수 중 6의 배수이고 동시에 8의 배수도 되는 수를 제외하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

6의 배수이면서 8의 배수도 되는 수는 24의 배수이다.

100이하의 자연수 중 24의 배수는 24, 48, 72, 96으로 총 4개이다.

따라서 구하는 수는 $100 - 4 = 96$ 개이다.

6. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.

999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \cdots 39$ 이므로 20 개 있고,

99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \cdots 3$ 이므로 2 개 있다.

따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.

7. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2

② 3

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.

4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

8. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

9. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로

(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$

$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는

$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

10. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.

$1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

11. 자연수 n 에 대하여 $A = n^2 - 1$, $B = n^2 - 2n + 1$ 이고 두 수 A, B 의 최대공약수가 11 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$A = n^2 - 1 = (n - 1) \times (n + 1),$$

$$B = n^2 - 2n + 1 = (n - 1)^2,$$

A, B 의 최대공약수가 11 이므로, $n - 1 = 11$

$$\therefore n = 12$$

12. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

13. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a : b : c = 2 : 3 : 7$ 이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

세 자연수를 $2 \times x, 3 \times x, 7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 7 \times x} \\ \underline{\quad \quad \quad} \\ 2 \quad \quad 3 \quad \quad 7 \end{array}$$

$$x \times 2 \times 3 \times 7 = 546$$

$$x = 13$$

따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156 이다.

14. 세 자연수 $4a$, $6a$, $16a$ 의 최소공배수가 336 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2^2 \times a, 2 \times 3 \times a, 2^4 \times a$$

최소공배수는 $2^4 \times 3 \times a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

$$\therefore a = 7$$

15. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
 A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336
이다.

16. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

17. 다음 중 서로소인 것은?

① (14, 21)

② (36, 72)

③ (8, 90)

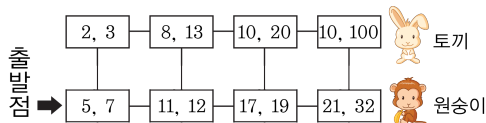
④ (11, 121)

⑤ (9, 19)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (9, 19)이다.

18. 미남이는 출발점에서 시작하여 만나는 네모 칸에 들어 있는 두 수가 ‘서로소’이면 ‘오른쪽’으로 한 칸을 움직이고, 그렇지 않으면 ‘아래쪽’으로 한 칸을 움직여 지나간다고 한다. 미남이가 도착한 곳에서 만나는 동물을 말하여라. 이때 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.

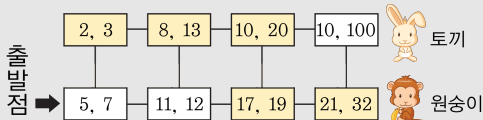


▶ 답 :

▷ 정답 : 원숭이

해설

미남이가 지나가는 칸을 색칠하면 다음과 같다.



따라서 미남이가 만나는 동물은 원숭이다.

19. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

20. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 72 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인가?

① 30 개

② 31 개

③ 32 개

④ 33 개

⑤ 34 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

72 와 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 3 의 배수도 아닌 수이므로

$$100 - (2\text{의 배수의 개수}) - (3\text{의 배수의 개수}) + (6\text{의 배수의 개수}) = 100 - 50 - 33 + 16 = 33$$

21. 1188 의 약수 중에서 11 과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 280

해설

$$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$$

11 과 서로소인 약수는 1188 의 약수 중 인수가 2 와 3 으로 이루어진 수이다.

→ 즉, $2^2 \times 3^3$ 의 약수이다.

$$\therefore (11 \text{ 과 서로소인 약수들의 총합}) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 280$$

22. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, \quad 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

23. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$$

$$\therefore (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 24 \text{ (개)}$$

24. 24, 40, 56의 공약수의 합과 그 개수를 순서대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 4

해설

세 수의 공약수는 최대공약수의 약수이다.

24, 40, 56의 최대공약수는 2^3 이므로 공약수는 1, 2, 4, 8이다.

따라서 공약수의 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이고 개수는 4개이다.

25. 두 자연수 $84 \times a$ 와 $2^2 \times 7 \times 10 \times a$ 의 공약수가 12 개일 때 최소의 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$84 \times a = 2^2 \times 3 \times 7 \times a, \quad 2^2 \times 7 \times 10 \times a = 2^3 \times 5 \times 7 \times a$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 \times 7 \times a$,

공약수의 개수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로

최대공약수는 $2^3 \times 7^2$ 또는 $2^2 \times 7^3$ 또는 $2^2 \times 7 \times x$ (단, x 는 2, 7 이 아닌 소수)이다.

최소의 a 값이므로 $a = 3$ 이다.