1. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x-1>-5 \\ x+2\geq 4x-1 \end{cases}$$

① $x>-2$ ② $x\leq 1$ ③ $-2\leq x<1$

④ $-2<x\leq 1$ ⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x-1>-5 \\ x+2\geq 4x-1 \end{cases} \Rightarrow -2<x\leq 1$$

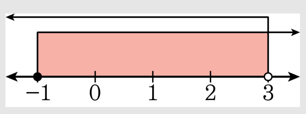
2. 부등식 $-5 \le 2x - 3 < 3$ 을 만족하는 정수는 모두 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$-5 \le 2x - 3 < 3$

$\begin{cases} -5 \le 2x - 3 \\ 2x - 3 < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x \le 2 \\ 2x < 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x < 3 \end{cases}$



따라서 $-1 \le x < 3$ 을 만족하는 정수이므로
$-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 로 4 개이다.

3. 부등식 $|x-2| \le 2x-1$을 풀면?

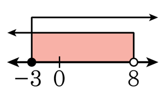
① $x \ge 2$　② $x \ge -1$　③ $1 \le x < 2$
④ $x \ge 1$　⑤ $x < 2$

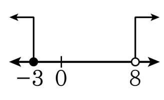
해설
(ⅰ) $x < 2$인 경우
$-x+2 \le 2x-1$
$3 \le 3x,\ 1 \le x$
이 범위에서의 해는 $1 \le x < 2$이다.
(ⅱ) $x \ge 2$인 경우
$x-2 \le 2x-1$
$-1 \le x$
이 범위에서 해는 $x \ge 2$이다.
따라서 x의 범위는 $x \ge 1$이다.

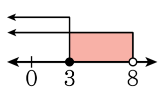
4. 연립부등식

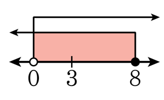
$$\begin{cases} 2(x-4) < x \\ 2x+3 \le 3(x+2) \end{cases}$$

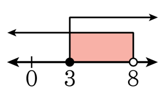
의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

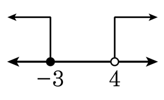
⑤ 

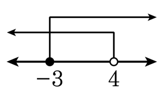
해설

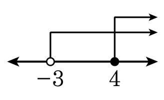
1. $2(x-4) < x,\ \ x < 8$
2. $2x+3 \le 3(x+2),\ \ x \ge -3$

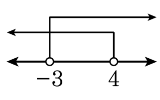
공통된 해를 찾으면 $-3 \le x < 8$

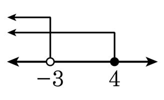
5. 연립부등식 $\begin{cases} 7x - 10 > 2x + 10 \\ 5x + 3 \le 2(x-3) \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$7x - 10 > 2x + 10,\ 5x > 20,\ x > 4$

$5x + 3 \le 2x - 6,\ 3x \le -9,\ x \le -3$

$\therefore\ x \le -3,\ x > 4$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$ ② $a \leq 2$ ③ $a \geq 5$
④ $a \leq 5$ ⑤ $2 < a < 5$

해설

$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow\ 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow\ x > a-3 \end{cases}$

$a-3 \geq 2$

$\therefore\ a \geq 5$

7. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$

$45 < 3x < 55$

$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$

$\therefore\ x = 16,\ 17,\ 18$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

8. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\frac{a-7}{2}$ 또는 $x>\frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\frac{a-7}{2}=-1$, $\frac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

9. 다음 연립부등식의 해가 될 수 있는 값을 고르면?

$$\begin{cases} 3(x+1) \geq x+5 \\ 0.3x > 0.2(x+2) \end{cases}$$

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$3x+3 \geq x+5$
$3x-x \geq 5-3$
$2x \geq 2$
$x \geq 1$
$3x > 2(x+2)$
$3x > 2x+4$
$3x-2x > 4$
$x > 4$
공통부분은 $x > 4$

10. 이차부등식 $ax^2+5x+b>0$ 의 해가 $\frac{1}{3}<x<c\frac{1}{2}$ 일 때 이차부등식 $bx^2+5x+a\geq 0$ 의 해를 구한 것은 ?

① $-6\leq x\leq -1$ ② $-3\leq x\leq -2$ ③ $2\leq x\leq 3$

④ $1\leq x\leq 6$ ⑤ $1\leq x\leq 3$

해설

1. 이차부등식 $ax^2+5x+b>0\cdots$①
이라 놓으면 ① 의 해가
$\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$ 이므로
$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)<0$
$x^2-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)x+\frac{1}{6}<0$
$x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}<0,\ -6x^2+5x-1>0$
$\therefore\ ax^2+5x+b=-6x^2+5x-1$
$\therefore\ a=-6,\ b=-1\cdots$②
2. $bx^2+5x+a\geq 0$ 의 부등식에 ② 를 대입하면
$-x^2+5x-6\geq 0,\ x^2-5x+6\leq 0,$
$(x-2)(x-3)\leq 0$
$\therefore\ 2\leq x\leq 3$

11. x에 관한 이차부등식 $x^2-(a-6)x+a-3\le 0$을 만족하는 실수 x가 존재할 때, 실수 a의 범위는?

① $4\le a\le 12$ ② $a\le 4,\ a\ge 12$ ③ $6\le a\le 8$
④ $a\le 6,\ a\ge 8$ ⑤ $4\le a\le 8$

해설

$x^2-(a-6)x+a-3\le 0$의 실수해가 존재하려면
$D=(a-6)^2-4(a-3)\ge 0$
$a^2-16a+48\ge 0,\ (a-4)(a-12)\ge 0$
$\therefore\ a\le 4,\ a\ge 12$

12. 이차함수 $y = -x^2 + (a-1)x + 3a$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

① $-3 < a < 1$ ② $-6 < a < -2$ ③ $a \geq 3$, $a \leq -1$

④ $a \geq 0$ ⑤ $a \leq 5$

해설

$x - 2 > -x^2 + (a-1)x + 3a$
$\Rightarrow x^2 - (a-2)x - 2 - 3a > 0$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$\Rightarrow D = (a-2)^2 - 4(-2-3a) < 0$
$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$
$\Rightarrow -6 < a < -2$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - a < 11 \\ x - b < 3(x-3) \end{cases}$ 의 해가 $1 < x < 3$이다. $-ax + b \geq 0$을 만족하는 정수 중 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$5x < a + 11$, $x < \dfrac{a+11}{5}$

$x - b < 3x - 9$, $9 - b < 2x$, $\dfrac{9-b}{2} < x$

$\dfrac{a+11}{5} = 3 \qquad \therefore\ a = 4$

$\dfrac{9-b}{2} = 1 \qquad \therefore\ b = 7$

$a = 4$, $b = 7$을 $-ax + b \geq 0$에 대입하여 정리하면

$-4x + 7 \geq 0$

$x \leq \dfrac{7}{4}$이므로 만족하는 정수 중 최댓값은 1이다.

14. 8% 의 소금물 200 g 이 있다. 여기에 x g 의 소금을 섞어서 10% 이상 20% 미만의 농도를 만들려고 한다. x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{40}{9} \le x < 30$

해설

8% 의 소금물 200 g 의 소금의 양은

$\frac{8}{100} \times 200 = 16\,(\mathrm{g})$ 이다.

따라서 소금 x g 을 추가하였을 때의 농도를 나타내면 $\frac{16+x}{200+x} \times 100$ 이다.

이 값이 10% 이상 20% 미만이므로,

$10 \le \frac{16+x}{200+x} \times 100 < 20$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 10 \le \dfrac{16+x}{200+x} \times 100 \\ \dfrac{16+x}{200+x} \times 100 < 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \ge \dfrac{40}{9} \\ x < 34 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{40}{9} \le x < 30$ 이다.

15. 이차부등식 $(k-1)x^2-2(k-1)x-2>0$이 해를 가지지 않도록 실수 k의 값의 범위는?

① $-1<k<1$　② $-1 \le k \le 1$　③ $-1 \le k < 1$
④ $-2<k<1$　⑤ $-2 \le k \le 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x에 대하여
$k-1<0$이고
$(k-1)x^2-2(k-1)x-2 \ge 0$이어야 한다.
i) $k-1<0$에서 $k<1$
ii) $(k-1)x^2-2(k-1)x-2=0$의 판별식을
D라고 하면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2+2(k-1) \le 0,\ k^2-1 \le 0$
$(k+1)(k-1) \le 0 \quad \therefore -1 \le k \le 1$
i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \le k < 1$