

1. 다음 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하면?

$2|x+2|+|x-1|\leq 6$

- ① 4개
- ② 5개
- ③ 6개
- ④ 7개
- ⑤ 8개

해설

i) $x < -2$ 일 때
 $-2(x+2)-(x-1)\leq 6, \quad x\geq -3$
공통부분은 $-3\leq x < -2$

ii) $-2\leq x < 1$ 일 때
 $2(x+2)-(x-1)\leq 6, \quad x\leq 1$
공통부분은 $-2\leq x < 1$

iii) $x\geq 1$ 일 때
 $2(x+2)+(x-1)\leq 6, \quad x\leq 1$
공통부분은 $x=1$

i), ii), iii)를 합하면, $-3\leq x\leq 1$
 $\therefore$ 정수 x 의 개수 5개

2. 부등식 $|x-1|+|x-2|<3$ 을 풀면?

- ① $-1 < x < 4$ ② $-1 < x < 2$ ③ $0 < x < 1$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$
그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$
 $\therefore$ 모든 x 에 대해 성립
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$
(iii) $x \geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$
그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

3. 부등식 $2\sqrt{(x+2)^2} + |x-1| \leq 6$ 의 해를 구하면?

- ① $-3 \leq x < -2$ ② $-2 \leq x < 1$
 ③ $x \leq -2$ 또는 $x > 1$ ④ $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$
 ⑤ $-3 \leq x \leq 1$

해설

$$2|x+2| + |x-1| \leq 6$$

i) $x < -2$ 일 때

$-2(x+2) - (x-1) \leq 6$
 $-3x \leq 9, x \geq -3$
 $\therefore -3 \leq x < -2$

ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$2(x+2) - (x-1) \leq 6, x \leq 1$
 $\therefore -2 \leq x < 1$

iii) $x \geq 1$ 일 때

$2(x+2) + (x-1) \leq 6$
 $3x \leq 3, x \leq 1$
 $\therefore x = 1$
 $\therefore$ i), ii), iii)에 의해 $-3 \leq x \leq 1$

4. 부등식 $2|x+2|+|x-2|<6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

$$\frac{\text{공통부분은}}{\text{공통부분은}} - \frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

공통부분은 $-2 \leq x < 0$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3} < x < 0$

정수 $x: -2, -1$ (2개)

5. x 가 정수일 때, $|x-2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설

$|x-2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$
 x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수
 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

6. 부등식 $2|x-3| \leq x$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

(i) $x < 3$ 일 때
 $2(-x+3) \leq x, \quad -3x \leq -6 \quad \therefore x \geq 2$
그런데 $x < 3$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(ii) $x \geq 3$ 일 때
 $2(x-3) \leq x \quad \therefore x \leq 6$
그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x \leq 6$
(i), (ii)에서 $2 \leq x \leq 6$
 $\therefore$ 정수의 개수는 $6-2+1=5$ (개)

7. 부등식 $|x-3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

③ $-1 \leq x \leq 5$

④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$ 에서 $x-3 \geq 2$ 또는 $-(x-3) \geq 2 \therefore x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

8. 부등식 $|x|+|x-2|\leq 3$ 을 풀면 $m\leq x\leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x-x+2-3\leq 0$$

$$-2x\leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2}\leq x < 0$$

ii) $0\leq x < 2$ 일 때

$$x-x+2\leq 3$$

$$\therefore 0\leq x < 2$$

iii) $x\geq 2$ 일 때

$$2x-2\leq 3$$

$$2x\leq 5$$

$$\therefore 2\leq x\leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m=-\frac{1}{2}, n=\frac{5}{2}, m+n=2$$

9. 샌드위치 A, B, C 를 만들기 위한 재료로 380 장의 햄, 120 장의 치즈가 있고, 계란은 190 개 이하가 있다. 샌드위치 A 에는 햄 1 장, 계란 1 개가 필요하고, 샌드위치 B 에는 햄 2 장, 치즈 1 장이 필요하고, 샌드위치 C 에는 햄 3 장, 치즈 1 장, 계란 2 개가 필요하다. 샌드위치 C 는 최대 몇 개까지 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 50 개

해설

샌드위치 A, B, C 의 개수를 각각 x 개, y 개, z 개 로 놓고 사용한 재료의 개수를 구하면

햄의 개수는 $x + 2y + 3z = 380 \cdots \textcircled{㉠}$

치즈의 개수는 $y + z = 120 \cdots \textcircled{㉡}$

계란의 개수는 $x + 2z \leq 190 \cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 x, y 를 z 에 관해 나타내면

$$y = 120 - z, x = 380 - 2(120 - z) - 3z = 140 - z$$

이것을 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면

$$140 - z + 2z \leq 190$$

$$\therefore z \leq 50$$

따라서 만들 수 있는 샌드위치 C 의 최대 개수는 50 개이다.

10. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾은 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어날 것으로 예상된다고 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답: 대

▶ 정답 : 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60\text{분} = 3000\text{명}$ 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x 장이라 하면

$$10 \times 60\frac{\text{분}}{\text{명}} \times 3\text{명} + 10 \times 60\frac{\text{분}}{\text{명}} \times x = 3000$$

$$\therefore x = 2$$

추가로 설치할 무인발권기의 수를 y 대라 하면

$$n \times 2 \times 60 > 1000$$

$$y \wedge z \wedge 00$$

따라서 $y \leq 0.5$

따라서 x 와 y 는 0.5 이하의 값을 가진다.

11. 지수는 이번 기말고사에 4 과목을 시험을 본다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가?
(단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 88 점

해설

$$\begin{aligned}88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\&\rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \quad \rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ x \leq 364 - 264 \end{cases} \\&\rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\&\therefore 88 \leq x \leq 100\end{aligned}$$

12. 9 시에 문을 여는 극장에 8 시 30 분부터 1 분에 10 명씩 사람들이 몰려와 줄을 서기 시작하고, 이후에도 계속 시간당 같은 인원이 꾸준히 극장에 온다. 9 시부터 3 개의 표 발매 창구에서 표를 팔면 9 시 15 분에 줄 서 있는 사람이 없어질 것으로 예상된다. 이때, 줄 서 있는 사람이 없어지는 시간을 7 분 앞당기려면 발매 창구를 최소 몇 개 더 열어야 하는지 구하여라. (단, 창구 하나당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

9 시에 발매를 시작하기 전에 이미 줄 서 있는 사람 수가 $30 \times 10 = 300$ (명) 이고
1 분 동안 발매하는 표가 x 장이라고 하면
3 개의 발매 창구에서 표를 팔면 15 분 동안 모두 판매하므로
 $3 \times 15x = 300 + 15 \times 10$ $45x = 450$ $\therefore x = 10$,
한편 모두 판매하는 시간을 7 분 앞당기면 8 분 동안 모두 판매해야 하므로
발매 창구의 개수를 a 개라 하면
 $a \times 10 \times 8 \geq 300 + 10 \times 8, 80a \geq 380$
 $\therefore a \geq \frac{19}{4}$
따라서 발매창구가 적어도 5 개 있어야 하므로 최소 2 개의 발매 창구를 더 열어야 한다.