

1. 다음 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하면?

$$2|x + 2| + |x - 1| \leq 6$$

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x + 2) - (x - 1) \leq 6, \quad x \geq -3$$

공통부분은 $-3 \leq x < -2$

ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2(x + 2) - (x - 1) \leq 6, \quad x \leq 1$$

공통부분은 $-2 \leq x < 1$

iii) $x \geq 1$ 일 때

$$2(x + 2) + (x - 1) \leq 6, \quad x \leq 1$$

공통부분은 $x = 1$

i), ii), iii)를 합하면, $-3 \leq x \leq 1$

\therefore 정수 x 의 개수 5개

2. 부등식 $|x-1| + |x-2| < 3$ 을 풀면?

① $-1 < x < 4$

② $-1 < x < 2$

③ $0 < x < 1$

④ $0 < x < 2$

⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$$

\therefore 모든 x 에 대해 성립

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(i), (ii), (iii)에서 $0 < x < 3$

3. 부등식 $2\sqrt{(x+2)^2} + |x-1| \leq 6$ 의 해를 구하면?

① $-3 \leq x < -2$

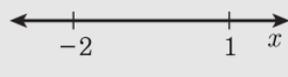
② $-2 \leq x < 1$

③ $x \leq -2$ 또는 $x > 1$

④ $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$

⑤ $-3 \leq x \leq 1$

해설

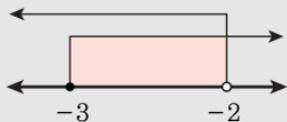
$$2|x + 2| + |x - 1| \leq 6$$


i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-1) \leq 6$$

$$-3x \leq 9, x \geq -3$$

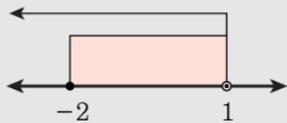
$$\therefore -3 \leq x < -2$$



ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2(x+2) - (x-1) \leq 6, x \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1$$



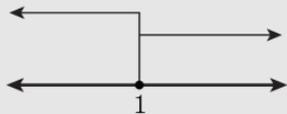
iii) $x \geq 1$ 일 때

$$2(x+2) + (x-1) \leq 6$$

$$3x \leq 3, x \leq 1$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore \text{i), ii), iii)에 의해 } -3 \leq x \leq 1$$



4. 부등식 $2|x + 2| + |x - 2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, x > -\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, x < 0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, x < \frac{4}{3}$$

공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3} < x < 0$

정수 x : $-2, -1$ (2개)

5. x 가 정수일 때, $|x - 2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 0

해설

$$|x - 2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$$

x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수

-3, -2, -1, 0, 1, 2

6. 부등식 $2|x - 3| \leq x$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

(i) $x < 3$ 일 때

$$2(-x + 3) \leq x, \quad -3x \leq -6 \quad \therefore x \geq 2$$

그런데 $x < 3$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(ii) $x \geq 3$ 일 때

$$2(x - 3) \leq x \quad \therefore x \leq 6$$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x \leq 6$

(i), (ii)에서 $2 \leq x \leq 6$

\therefore 정수의 개수는 $6 - 2 + 1 = 5$ (개)

7. 부등식 $|x - 3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

③ $-1 \leq x \leq 5$

④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x - 3| \geq 2$ 에서 $x - 3 \geq 2$ 또는 $-(x - 3) \geq 2 \therefore x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

8. 부등식 $|x|+|x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m + n = 2$$

9. 샌드위치 A, B, C 를 만들기 위한 재료로 380 장의 햄, 120 장의 치즈가 있고, 계란은 190 개 이하가 있다. 샌드위치 A 에는 햄 1 장, 계란 1 개가 필요하고, 샌드위치 B 에는 햄 2 장, 치즈 1 장이 필요하고, 샌드위치 C 에는 햄 3 장, 치즈 1 장, 계란 2 개가 필요하다. 샌드위치 C 는 최대 몇 개까지 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 50 개

해설

샌드위치 A, B, C 의 개수를 각각 x 개, y 개, z 개 로 놓고 사용한 재료의 개수를 구하면

$$\text{햄의 개수는 } x + 2y + 3z = 380 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{치즈의 개수는 } y + z = 120 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{계란의 개수는 } x + 2z \leq 190 \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡ 에서 x, y 를 z 에 관해 나타내면

$$y = 120 - z, x = 380 - 2(120 - z) - 3z = 140 - z$$

이것을 ㉢ 에 대입하면

$$140 - z + 2z \leq 190$$

$$\therefore z \leq 50$$

따라서 만들 수 있는 샌드위치 C 의 최대 개수는 50 개이다.

11. 지수는 이번 기말고사에 4 과목을 시험을 본다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가?
(단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 88 점

해설

$$88 \leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91$$

$$88 \times 4 \leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4$$

$$\rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ x \leq 364 - 264 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases}$$

$$\therefore 88 \leq x \leq 100$$

12. 9 시에 문을 여는 극장에 8 시 30 분부터 1 분에 10 명씩 사람들이 몰려와 줄을 서기 시작하고, 이후에도 계속 시간당 같은 인원이 꾸준히 극장에 온다. 9 시부터 3 개의 표 발매 창구에서 표를 팔면 9 시 15 분에 줄 서 있는 사람이 없어질 것으로 예상된다. 이때, 줄 서 있는 사람이 없어지는 시간을 7 분 앞당기려면 발매 창구를 최소 몇 개 더 열어야 하는지 구하여라. (단, 창구 하나당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

9 시에 발매를 시작하기 전에 이미 줄 서 있는 사람 수가 $30 \times 10 = 300$ (명)이고

1 분 동안 발매하는 표가 x 장이라고 하면

3 개의 발매 창구에서 표를 팔면 15 분 동안 모두 판매하므로

$$3 \times 15x = 300 + 15 \times 10 \quad 45x = 450 \quad \therefore x = 10,$$

한편 모두 판매하는 시간을 7 분 앞당기면 8 분 동안 모두 판매해야 하므로

발매 창구의 개수를 a 개라 하면

$$a \times 10 \times 8 \geq 300 + 10 \times 8, 80a \geq 380$$

$$\therefore a \geq \frac{19}{4}$$

따라서 발매창구가 적어도 5 개 있어야 하므로 최소 2 개의 발매 창구를 더 열어야 한다.