

1. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 < b + 2$	㉡ $-a - 4 > -b - 4$
㉢ $\frac{1}{2}a + 3 > \frac{1}{2}b + 3$	㉣ $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$

㉢ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

2. $3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 일 때, $x-y$ 의 범위는?

① $4 \leq x-y \leq 15$

② $-3 \leq x-y \leq 12$

③ $0 \leq x-y \leq 11$

④ $3 \leq x-y \leq 36$

⑤ $3 \leq x-y \leq 40$

해설

$3 \leq x \leq 12$, $1 \leq y \leq 3$ 를 $x-y$ 에 대입하면
 $3-3 \leq x-y \leq 12-1$

3. 부등식 $3x+2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$3x+2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \text{㉠} \\ x^2+y^2=5 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

6. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0$ ㉠

$-\frac{b}{a} = 2$ ㉡

㉡을 정리하면 $b = -2a$ ㉢

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a)$, $-ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots\cdots\cdots\text{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots\cdots\cdots\text{㉡} \end{cases}$ 을 풀면 $x = \alpha, y = \beta$

또는 $x = \gamma, y = \delta$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

㉠ - ㉡에서 $x - y = -2$, 즉 $y = x + 2$

㉠에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

8. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore u = \pm 7, v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 \quad \cdots \textcircled{\ominus} \\ xy = 12 \quad \cdots \textcircled{\omin�} \end{cases}$$

또는
$$\begin{cases} x + y = -7 \quad \cdots \textcircled{\omin�} \\ xy = 12 \quad \cdots \textcircled{\omin�} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\omin�}, \textcircled{\omin�}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\omin�}, \textcircled{\omin�}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이

므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

9. 연립방정식 $xy = z$, $yz = x$, $zx = y$ 를 만족하는 0이 아닌 실수해 x, y, z 의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

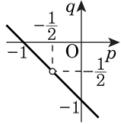
- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
④ 8개 ⑤ 무수히 많다.

해설

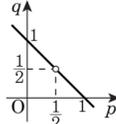
주어진 식을 변형 곱하면 $(xyz)^2 = xyz$
 $xyz \neq 0$ 이므로 $xyz = 1$
여기에 $xy = z$ 를 대입하면 $z^2 = 1$, $z = \pm 1$
(i) $z = 1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면,
 $xy = 1, x = y$
 $\therefore (x, y, z) = (1, 1, 1), (-1, -1, 1)$
(ii) $z = -1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면
 $xy = -1, x = -y$
 $\therefore (x, y, z) = (1, -1, -1), (-1, 1, -1)$
(i), (ii)에서 조건을 만족하는 (x, y, z) 는 모두 4개이다.

10. x 에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2 - px - q = 0$, $x^2 - qx - p = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖는다. 이 때, p , q 의 관계를 나타낸 그래프는?

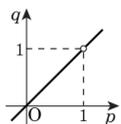
①



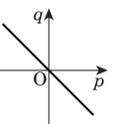
②



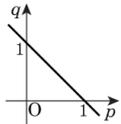
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} x^2 - px - q = 0 & \dots \text{①} \\ x^2 - qx - p = 0 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①-②에서 $(-p+q)x - (-p+q) = 0$

$\therefore (-p+q)(x-1) = 0$

여기서 $-p+q=0$ 이면 즉 $q=p$ 이면

①, ②가 같게 되어 주어진 문제의 조건에 모순이다.

$\therefore x=1$ 이다.

이 때 ①에서 $1-p-q=0$

따라서 구하는 식은 $q=-p+1$ (단, $p \neq q$)

11. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm이고, 빗변의 길이가 15 cm일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답: cm

▶ 정답: 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \dots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 = 15^2 \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이다.}$$

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$$

$$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$$

$$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0,$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = 9$$

$$x = 12 \text{ 일 때 } y = 9$$

$$x = 9 \text{ 일 때 } y = 12$$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm이다.

12. 다음 방정식을 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -3

▷ 정답: 3

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서 $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$

이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$$

이 때, x, y 가 실수이므로 $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{A},$$

$$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

\textcircled{B} 에서 $y = 2x$ 이고, 이것을 \textcircled{A} 에 대입하면 $x^2 = 1$

따라서, $x = 1$ 일 때 $y = 2, x = -1$ 일 때 $y = -2$

그러므로 x, y 의 값은 $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서 x, y 의 합은 $-3, 3$

13. 방정식 $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 x 에 대하여 정리하면
 $x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
이 때, x 가 실수이므로
 $\frac{D}{4} = (1-y)^2 - (2y^2 - 6y + 5) \geq 0$
 $y^2 - 4y + 4 \leq 0, (y-2)^2 \leq 0$
여기서 y 가 실수이므로 $(y-2)^2 = 0$
 $\therefore y = 2 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $\therefore x = 1 \therefore \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$

해설

주어진 식을 정리하면
 $x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0$
 $x^2 + 2(1-y)x + (1-y)^2 + y^2 - 4y + 4 = 0$
 $\therefore (x+1-y)^2 + (y-2)^2 = 0$ x, y 가 실수이므로 $x+1-y = 0, y-2 = 0$
 $\therefore x = 1, y = 2$
 $\therefore \frac{y}{x} = 2$

14. 연립방정식 $\begin{cases} ab + bc = 65 \\ ac + bc = 17 \end{cases}$ 을 만족시키는 양의 정수쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$ac + bc = 17$ 에서 $c(a + b) = 17$
그런데 a, b 는 양의 정수이므로 $a + b \geq 2$
 $\therefore c = 1, a + b = 17$
위의 식들을 $ab + bc = 65$ 에 대입하면
 $a^2 - 16a + 48 = 0$
 $\therefore a = 4$ 또는 $a = 12$
따라서, $a = 4$ 일 때 $b = 13, c = 1$
 $a = 12$ 일 때 $b = 5, c = 1$

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 상수 k 의 값의 합은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자
 $\alpha + \beta = k, \alpha\beta = k + 3 \rightarrow \alpha + \beta + 3 = \alpha\beta$
 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 3$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 4$ α, β 는 정수이므로
 $1 \times 4 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 5, k = 7$
 $2 \times 2 \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 3, k = 6$
 $-1 \times -4 \Rightarrow \alpha = 0, \beta = -3, k = -3$
 $-2 \times -2 \Rightarrow \alpha = -1, \beta = -1, k = -2$
 $\therefore 7 + 6 - 3 - 2 = 8$