

1. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28

② -10

③ 4

④ 20

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \end{aligned}$$

x 의 계수는 $14a - 20 + b = 1$

$$14a + b = 21$$

$\therefore a = 1, b = 7$ ($\because a, b$ 는 자연수)

따라서 상수항은 $7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28$ 이다.

2. 일차항의 계수가 다른 하나는?

① $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{7}{2}x - 15\right)$

② $(2x - 1)(3x + 3)$

③ $(x + 1)(x + 2)$

④ $(x - 3)(x + 6)$

⑤ $(2x - 3)(x + 1)$

해설

① $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{7}{2}x - 15\right) = \frac{7}{4}x^2 + 3x - 45$

② $(2x - 1)(3x + 3) = 6x^2 + 3x - 3$

③ $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

④ $(x - 3)(x + 6) = x^2 + 3x - 18$

⑤ $(2x - 3)(x + 1) = 2x^2 - x - 3$

3. 다음 중 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 것은?

① $(x-4)(x+2) = x^2 - \text{}x - 8$

② $(-x+2y)(x+\text{}y) = -x^2 + 4y^2$

③ $(a+2)(3a-4) = 3a^2 + \text{}a - 8$

④ $(2x+1)^2 = 4x^2 + \text{}x + 1$

⑤ $(x+y-2)(x+y+2) = x^2 + \text{}xy + y^2 - 4$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 2

④ : 4

4. 다음 식을 전개할 때, x 의 계수가 가장 큰 것은?

① $(3x + 1)^2$

② $(3x - 1)^2$

③ $(3x - 1)(x - 3)$

④ $(3x + 1)(x + 3)$

⑤ $(3x + 1)(3x - 1)$

해설

①은 전개하면 x 의 계수가 $+6$

②는 전개하면 x 의 계수가 -6

③은 전개하면 x 의 계수가 -10

④는 전개하면 x 의 계수가 $+10$

⑤는 전개하면 x 의 계수가 0

따라서 x 의 계수가 가장 큰 것은 ④번이다.

5. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$2 = 3 - 1$ 이므로

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^8-1)(3^8+1)$$

$$= 3^{16} - 1$$

$$a = 16, b = -1$$

$$\therefore a + b = 15$$

6. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

7. $(2x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b$ 에서 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $-\frac{1}{8}$

④ $-\frac{1}{16}$

⑤ $-\frac{1}{32}$

해설

$$2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b \text{ 에서}$$

$$2\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$$

$$=2\left(x^4-\frac{1}{16}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$$

$$=2\left(x^8-\frac{1}{256}\right)=2x^8-\frac{1}{128}$$

$$\therefore ab=8\times\left(-\frac{1}{128}\right)=-\frac{1}{16}$$

8. $(x-2)(x^2+4)(x+2)$ 을 전개하면?

① $x^2 - 16$

② $x^2 + 4$

③ $x^4 - 4$

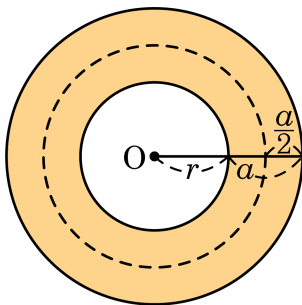
④ $x^4 - 16$

⑤ $x^4 + 4$

해설

$$(x-2)(x+2)(x^2+4) = (x^2-4)(x^2+4) = x^4-16$$

9. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

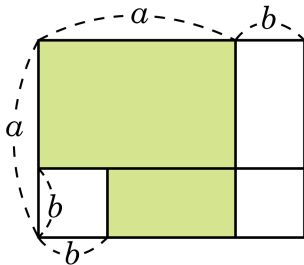
해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

(색칠한 부분의 넓이)

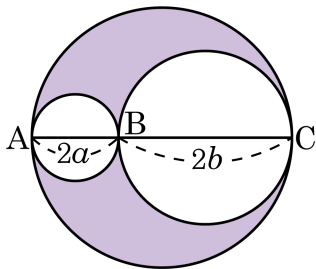
= (전체의 넓이) - (색칠이 안 된 부분 넓이)

= $(a + b) \times a - (ab + b^2)$

= $a^2 + ab - ab - b^2$

= $a^2 - b^2$

11. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 큰 원의 지름이고 나머지 원의 지름은 각각 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 2b$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이 S 를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



① $S = \pi ab$

② $S = 2\pi ab$

③ $S = 4\pi ab$

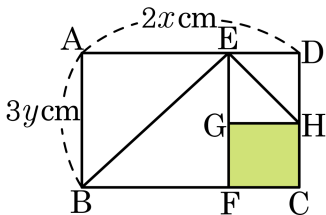
④ $S = 8\pi ab$

⑤ $S = 16\pi ab$

해설

$$\begin{aligned}
 & (\text{색칠한 부분의 넓이}) \\
 &= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 두 원의 넓이}) \\
 &= \pi \left(\frac{2a + 2b}{2} \right)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2) \\
 &= \pi(a + b)^2 - \pi(a^2 + b^2) \\
 &= \pi(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2) \\
 &= 2\pi ab
 \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 가로 길이가 $2x\text{cm}$, 세로 길이가 $3y\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 정사각형 EGHD를 잘라내었을 때, 남은 종이의 넓이를 x, y 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



- ① $4x^2 + 18xy + 18y^2$ ② $4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ③ $4x^2 - 18xy - 18y^2$ ④ $-4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ⑤ $-4x^2 + 18xy - 18y^2$

해설

$\overline{ED}$ 의 길이는 $2x - 3y$ 이다. $\square EGHD$ 가 정사각형이므로 $\overline{EG}$ 의 길이도 $2x - 3y$ 이다. 따라서 $\overline{GF}$ 의 길이는 $3y - (2x - 3y) = -2x + 6y$ 이다.

그러므로 색칠한 부분의 넓이는 $(2x - 3y)(-2x + 6y) = -4x^2 + 18xy - 18y^2$ 이 된다.

13. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + 6$

④ $x^2 + 36$

⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned}x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\&= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\&= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\&= (x - 6)(x + 6) \\&= x^2 - 36\end{aligned}$$

14. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 55

해설

$$\begin{aligned}(x-4)(x-3)(x+2)(x+3) \\&= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\} \\&= (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 6)\end{aligned}$$

x^2 이 나오는 항은 $-6x^2 + x^2 - 12x^2 = -17x^2$ 이다.

따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17 + 72 = 55$ 이다.

15. $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -6

② 6

③ 12

④ 18

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned}& (x+2)(x+3)(x-2)(x-3) \\&= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\} \\&= (x^2-4)(x^2-9) \\&= x^4-13x^2+36 \\&\therefore -13+36=23\end{aligned}$$

16. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

$$x(x-1)(x+2)(x-3)$$

$$= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\}$$

$$= (x^2 - x)(x^2 - x - 6)$$

$$x^2 - x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2 - 6t$$

$$t = x^2 - x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$$

따라서 $a + b + c = -2 - 5 + 6 = -1$ 이다.

17. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{(\quad)}$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127} - 2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127} - 2^{63}) + 2^{63} = 2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)} = 2^{127} \quad \therefore (\quad) = 127$$

18. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 99^2

② 102^2

③ 73×67

④ 98×102

⑤ 101×102

해설

$$\begin{aligned} 101 \times 102 &= (100 + 1)(100 + 2) \\ &= 100^2 + (1 + 2) \times 100 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

19. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2

② 51×52

③ 13×7

④ 37×43

⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50 + 1)(50 + 2) \\ &= 50^2 + (1 + 2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

20. 102×98 을 계산할 때, 곱셈 공식을 이용하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은?

① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

$$(100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 9996$$