1. $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a-2b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2 개씩 나온다.

$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

2. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0　② 2　③ -2　④ 4　⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times1\times2+(-3)\times2\times2 = 8+(-12) = -4$

3. $(2x^3-3x^2+3x+4)(3x^4+2x^3-2x^2-7x+8)$을 전개한 식에서 x^3의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$2x^3\times 8-3x^2\times(-7x)+3x\times(-2x^2)+4\times 2x^3=39x^3$

4. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.
$a - b = 2004 - 2001 = 3$
$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

5. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면
$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$
$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$
$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$
$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

6. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$
④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$100 = a$로 치환 하면

(준식) $= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$= \left(a^3-1\right)\left(a^3+1\right)$

$= a^6 - 1$

$= 100^6 - 1$

7. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$
$=(x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a$
$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a$
$x^2+8x=A$로 놓으면
(준식) $=(A+7)(A+15)+a$
$=A^2+22A+105+a$
$=(A+11)^2-16+a$
따라서, $a=16$일 때 이차식 $x^2+8x+11$의 완전제곱식이 된다.

8. 다음 중 다항식 x^4-5x^2+4를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4-5x^2+4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

9. $(x^2-x)(x^2-x+1)-6$을 인수분해 하면?

① $(x^2-x+2)(x-3)(x+1)$
② $(x^2-x+3)(x-2)(x+1)$
③ $(x^2+x+1)(x-2)(x+3)$
④ $(x^2-x+2)(x+3)(x-1)$
⑤ $(x^2-x+1)(x+2)(x-3)$

해설

$A=x^2-x$로 치환하면
(준식) $=A(A+1)-6$
$=A^2+A-6$
$=(A+3)(A-2)$
즉, $(x^2-x+3)(x^2-x-2)$
$=(x^2-x+3)(x-2)(x+1)$

10. 다항식 $f(x)$를 $\left(x-\frac{2}{3}\right)$로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$를 $3x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x)$, R　② $3Q(x)$, R　③ $Q(x)$, $3R$
④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R　⑤ $Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x)=\left(x-\frac{2}{3}\right)Q(x)+R$$
$$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{3}Q(x)+R$$
$$=(3x-2)\frac{1}{3}Q(x)+R$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R

11. 다음은 다항식 $x^{2n}+1+(x+1)^{2n}$이 x^2+x+1로 나누어떨어지지 않게 하는 자연수 n을 구하는 과정이다. (   )에 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

> ω가 다항식 $x^2+x+1=0$을 만족하는 근이라고 하면 $\omega^2+\omega+1=0$
> $\therefore\ \omega^3,\ \omega\neq 1$
> (i) $n=3k(k=0,1,2,\cdots)$ 이면
> $\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=$ (㉠) $\neq 0$
> (ii) $n=3k+1(k=0,1,2,\cdots)$ 이면
> $\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=$ (㉡)
> (iii) $n=3k+2(k=0,1,2,\cdots)$ 이면
> $\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=0$
> 따라서 (i), (ii), (iii) 에서 구하는 n은 (㉢) 이다.

① $1,0,3k$ ② $2,1,3k+1$ ③ $3,0,3k+2$
④ $3,0,3k$ ⑤ $2,1,3k$

해설

(i) $n=3k$이면
$\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}$
$=\omega^{6k}+1+(\omega+1)^{6k}$
$=\omega^{6k}+1+(-\omega^2)^{6k}$
$=(\omega^3)^{2k}+1+(\omega^3)^{4k}$
$=1+1+1(\because\ \omega^3=1)=(\ 3\ )\neq 0$
(ii) $n=3k+1$이면
$\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}$
$=\omega^{6k}+2+1+(\omega+1)^{6k}+2$
$=\omega^{6k}\cdot\omega^2+1+(-\omega^2)^{6k}+2$
$=\omega^2+1+(-\omega^2)^{6k}(-\omega^2)^2$
$=\omega^2+1+\omega=(\ 0\ )$
(iii) $n=3k+2$이면
$\omega^{2n}+1+(\omega+1)^{2n}=0$
따라서 (i), (ii), (iii) 에서 구하는 n은 $(3k)$ 이다.

12. 4차의 다항식 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f(1)=\frac{1}{2}$, $f(2)=\frac{2}{3}$, $f(3)=\frac{3}{4}$, $f(4)=\frac{4}{5}$를 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하면?

① 0　② 1　③ $\frac{5}{6}$　④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 조건에 따라
$f(n)=\frac{n}{n+1}(n=0,1,2,3,4)$
$(n+1)f(n)-n=0$
$g(x)=(x+1)f(x)-x$로 놓으면
$g(0)=g(1)=g(2)=g(3)=g(4)=0$
그런데 $g(x)$는 다항식이므로 나머지정리에 의해
$x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$를 인수로 갖는다.
또, $f(x)$가 4차식이므로 $g(x)$는 5차식이다.
$\therefore\ g(x)=ax(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(a\neq 0)\cdots$ ㉠
그런데, $g(-1)=1$이므로 ㉠에서
$g(-1)=-(5\times4\times3\times2\times1)a=1$
$\therefore\ a=-\frac{1}{(5\times4\times3\times2\times1)}$
$g(x)=(x+1)f(x)-x$
$=-\frac{1}{(5\times4\times3\times2\times1)}x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
$g(5)=6f(5)-5=-\frac{(5\times4\times3\times2\times1)}{(5\times4\times3\times2\times1)}=-1$
$\therefore\ f(5)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

13. $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$
③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$
$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$
$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$
$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a-b)(a-c)$
$=-(a-b)(b-c)(c-a)$

14. $a^2b^2(a-b)+b^2c^2(b-c)+c^2a^2(c-a)$를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

① $a-b$ ② $b-c$ ③ $c-a$

④ $a+b+c$ ⑤ $ab+bc+ca$

해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고
차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.
$\therefore$ (준식) $= a^3b^2-a^2b^3+b^3c^2-b^2c^3+c^3a^2-c^2a^3$
$= (b^2-c^2)a^3-(b^3-c^3)a^2+b^2c^2(b-c)$
$= (b-c)\{(b+c)a^3-(b^2+bc+c^2)a^2+b^2c^2\}$
$= (b-c)\{(c^2-a^2)b^2-a^2(c-a)b-a^2c(c-a)\}$
$= (b-c)(c-a)\{(c+a)b^2-a^2b-a^2c\}$
$= (b-c)(c-a)\{(b^2-a^2)c+ab(b-a)\}$
$= (b-c)(c-a)(b-a)\{(b+a)c+ab\}$
$= -(a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca)$
따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

15. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$$
$$=ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2$$
$$=-(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)$$
$$=-(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$$
$$=-(b+c)(a-b)(a-c)$$
$$=(a-b)(b+c)(c-a)$$