

1. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

2. $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

3. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31

② 33

③ 35

④ 37

⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

4. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

5. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ &\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

6. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

① $100^6 - 1$

② $100^6 + 1$

③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$

⑤ 1

해설

100 = a 로 치환 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - 1)(a + 1)(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \\&= (a^3 - 1)(a^3 + 1) \\&= a^6 - 1 \\&= 100^6 - 1\end{aligned}$$

7. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned}& (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\&= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\&= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\&= A^2+22A+105+a \\&= (A+11)^2-16+a\end{aligned}$$

따라서, $a=16$ 일 때 이차식 $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

8. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x - 2$

③ $x - 3$

④ $x + 1$

⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

9. $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

② $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③ $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④ $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤ $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\text{즉, } (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), R$

③ $Q(x), 3R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right) Q(x) + R \\&= 3 \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} Q(x) + R \\&= (3x - 2) \frac{1}{3} Q(x) + R\end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R

11. 다음은 다항식 $x^{2n} + 1 + (x+1)^{2n}$ 이 $x^2 + x + 1$ 로 나누어떨어지지 않게 하는 자연수 n 을 구하는 과정이다. () 에 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

ω 가 다항식 $x^2 + x + 1 = 0$ 을 만족하는 근이라고 하면 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

$$\therefore \omega^3, \omega \neq 1$$

(i) $n = 3k (k = 0, 1, 2, \dots)$ 이면

$$\omega^{2n} + 1 + (\omega + 1)^{2n} = (\ominus) \neq 0$$

(ii) $n = 3k + 1 (k = 0, 1, 2, \dots)$ 이면

$$\omega^{2n} + 1 + (\omega + 1)^{2n} = (\omin�)$$

(iii) $n = 3k + 2 (k = 0, 1, 2, \dots)$ 이면

$$\omega^{2n} + 1 + (\omega + 1)^{2n} = 0$$

따라서 (i), (ii), (iii) 에서 구하는 n 은 ($\ominus$) 이다.

① 1, 0, $3k$

② 2, 1, $3k + 1$

③ 3, 0, $3k + 2$

④ 3, 0, $3k$

⑤ 2, 1, $3k$

해설

(i) $n = 3k$ 이면

$$\begin{aligned} & \omega^{2n} + 1 + (\omega + 1)^{2n} \\ &= \omega^{6k} + 1 + (\omega + 1)^{6k} \\ &= \omega^{6k} + 1 + (-\omega^2)^{6k} \\ &= (\omega^3)^{2k} + 1 + (\omega^3)^{4k} \\ &= 1 + 1 + 1 (\because \omega^3 = 1) = (3) \neq 0 \end{aligned}$$

(ii) $n = 3k + 1$ 이면

$$\begin{aligned} & \omega^{2n} + 1 + (\omega + 1)^{2n} \\ &= \omega^{6k} + 2 + 1 + (\omega + 1)^{6k} + 2 \\ &= \omega^{6k} \cdot \omega^2 + 1 + (-\omega^2)^{6k} + 2 \\ &= \omega^2 + 1 + (-\omega^2)^{6k} (-\omega^2)^2 \\ &= \omega^2 + 1 + \omega = (0) \end{aligned}$$

(iii) $n = 3k + 2$ 이면

$$\omega^{2n} + 1 + (\omega + 1)^{2n} = 0$$

따라서 (i), (ii), (iii) 에서 구하는 n 은 $(3k)$ 이다.

12. 4차의 다항식 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$, $f(1) = \frac{1}{2}$, $f(2) = \frac{2}{3}$, $f(3) = \frac{3}{4}$, $f(4) = \frac{4}{5}$ 를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 조건에 따라

$$f(n) = \frac{n}{n+1} (n=0, 1, 2, 3, 4)$$

$$(n+1)f(n) - n = 0$$

$$g(x) = (x+1)f(x) - x \text{로 놓으면}$$

$$g(0) = g(1) = g(2) = g(3) = g(4) = 0$$

그런데 $g(x)$ 는 다항식이므로 나머지정리에 의해

$x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 를 인수로 갖는다.

또, $f(x)$ 가 4차식이므로 $g(x)$ 는 5차식이다.

$$\therefore g(x) = ax(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) (a \neq 0) \cdots \textcircled{A}$$

그런데, $g(-1) = 1$ 이므로 $\textcircled{A}$ 에서

$$g(-1) = -(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)a = 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}$$

$$g(x) = (x+1)f(x) - x$$

$$= -\frac{1}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

$$g(5) = 6f(5) - 5 = -\frac{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} = -1$$

$$\therefore f(5) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

13. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $-(a+b+c)(a-b-c)$

③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$

④ $(a+b)(b+c)(c+a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

14. $a^2b^2(a-b) + b^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a)$ 를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

① $a-b$

② $b-c$

③ $c-a$

④ $a+b+c$

⑤ $ab+bc+ca$

해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고

차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{준식}) &= a^3b^2 - a^2b^3 + b^3c^2 - b^2c^3 + c^3a^2 - c^2a^3 \\
 &= (b^2 - c^2)a^3 - (b^3 - c^3)a^2 + b^2c^2(b - c) \\
 &= (b - c)\{(b + c)a^3 - (b^2 + bc + c^2)a^2 + b^2c^2\} \\
 &= (b - c)\{(c^2 - a^2)b^2 - a^2(c - a)b - a^2c(c - a)\} \\
 &= (b - c)(c - a)\{(c + a)b^2 - a^2b - a^2c\} \\
 &= (b - c)(c - a)\{(b^2 - a^2)c + ab(b - a)\} \\
 &= (b - c)(c - a)(b - a)\{(b + a)c + ab\} \\
 &= -(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca)
 \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

15. 다음 보기 중 $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$

㉡ $b+c$

㉢ $a-c$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\ &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\ &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\ &= -(b+c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b+c)(c-a) \end{aligned}$$